RESPOSTA ESPERADA – MATEMÁTICA

Questão 13

a) Suponha que o ângulo de giro do ponteiro seja diretamente proporcional à velocidade. Nesse caso, qual é o ângulo entre a posição atual do ponteiro (0 km/h) e sua posição quando o velocímetro marca 104 km/h?

b) Determinado velocímetro fornece corretamente a velocidade do veículo quando ele trafega a 20 km/h, mas indica que o veículo está a 70 km/h quando a velocidade real é de 65 km/h. Supondo que o erro de aferição do velocímetro varie linearmente com a velocidade por ele indicada, determine a função v(x) que representa a velocidade real do veículo quando o velocímetro marca uma velocidade de x km/h.

Respostas esperadas.

a) Como o ângulo de giro do ponteiro é diretamente proporcional à velocidade, podemos escrever

$$\frac{210°}{240\,\text{km}} = \frac{x}{104\,\text{km}}.$$

Desse modo, $x = 104 \cdot 210 / 240 = 91°$.

Resposta: O ângulo mede 91º.

b) A função pedida tem a forma v(x) = ax + b, em que a e b são constantes reais. Sabemos que o gráfico de uma função linear é a uma reta cuja inclinação é **a** e cujo ponto de interseção com o eixo-y é (0, **b**). Assim, sabendo que a reta passa pelos pontos (20, 20) e (70, 65), encontramos o coeficiente a escrevendo

$$a = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{(65-20)}{(70-20)} = \frac{45}{50} = 0{,}9.$$

De posse de **a**, encontramos **b** usando um dos pontos dados. Tomando o ponto (20, 20), temos

$$v(20) = a \cdot 20 + b$$
$$20 = 0{,}9 \cdot 20 + b$$
$$b = 20 - 18 = 2.$$

Resposta: A função é v(x) = 0,9x + 2.

b’) A função pedida tem a forma v(x) = ax + b. Como a reta passa pelos pontos (20, 20) e (70, 65), temos o seguinte sistema linear

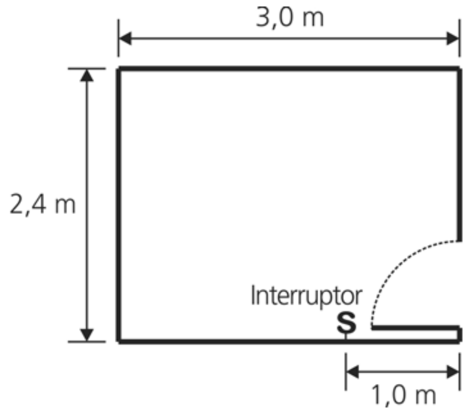
RESPOSTA ESPERADA – MATEMÁTICA

$$\begin{cases} 20a + b & = & 20 \\ 70a + b & = & 65 \end{cases}$$

Subtraindo a primeira linha da segunda obtemos 50a = 45, donde a = 9/10. Substituindo, agora, o valor de a na primeira equação, obtemos 20.9/10 + b = 20. Desse modo, b = 20 – 18 = 2.

Resposta: A função é v(x) = 0,9x + 2.

Questão 14



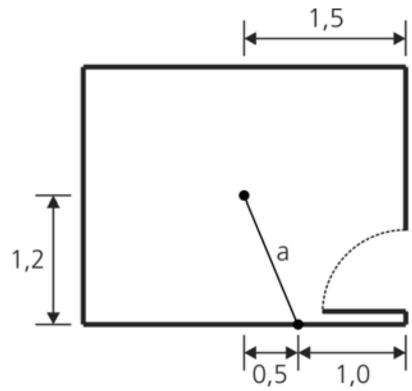
a) Por norma, em cômodos residenciais com área superior a 6 m², deve-se instalar uma tomada para cada 5 m ou fração (de 5 m) de perímetro de parede, incluindo a largura da porta. Determine o número mínimo de tomadas do cômodo representado ao lado e o espaçamento entre as tomadas, supondo que elas serão distribuídas uniformemente pelo perímetro do cômodo.

b) Um eletricista deseja instalar um fio para conectar uma lâmpada, localizada no centro do teto do cômodo, ao interruptor, situado a 1,0 m do chão, e a 1,0 m do canto do cômodo, como está indicado na figura. Supondo que o fio subirá verticalmente pela parede, e desprezando a espessura da parede e do teto, determine o comprimento mínimo de fio necessário para conectar o interruptor à lâmpada.

Respostas esperadas.

a) O cômodo, cuja área é superior a 6 m², tem perímetro igual a $2 \cdot 3{,}0 + 2 \cdot 2.4 = 10{,}8$ m. Desse modo, o número de tomadas é maior ou igual a 10,8/5 = 2,16. Logo, é preciso instalar ao menos 3 tomadas, espaçadas de 10,8/3 = 3,6 m.

Resposta: Devem ser instaladas ao menos 3 tomadas, com um espaçamento de 3,6 m entre elas.



b) O fio deverá subir 2,7 – 1,0 = 1,7 m verticalmente pela parede. Além disso, será preciso gastar **a** metros de fio para ligar o ponto do teto que está exatamente sobre o interruptor ao centro do cômodo, como mostra a figura ao lado.
Nesse caso,

$$a^2 = 0{,}5^2 + 1{,}2^2 = 0{,}25 + 1{,}44 = 1{,}69.$$

RESPOSTA ESPERADA – MATEMÁTICA

Logo, $a = \sqrt{1{,}69} = 1{,}3$ m, e o fio deve medir 1,7 + 1,3 = 3,0 m.

Resposta: O fio deve medir 3 m.

Questão 15

a) Reescreva a equação acima como uma equação quadrática e determine o número áureo.

b) A sequência 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... é conhecida como sequência de Fibonacci, cujo n-ésimo termo é definido recursivamente pela fórmula

$$F(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } n = 1 \text{ ou } 2; \\ F(n-1) + F(n-2), & \text{se } n > 2. \end{cases}$$

Podemos aproximar o número áureo, dividindo um termo da sequência de Fibonacci pelo termo anterior. Calcule o 10º e o 11º termos dessa sequência e use-os para obter uma aproximação com uma casa decimal para o número áureo.

Respostas esperadas.

a) Reescrevendo a equação, obtemos

$$x^2 - x - 1 = 0.$$

Podemos resolver essa equação usando a fórmula de Báskara:

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

Portanto, a raiz positiva da equação é $x = (1 + \sqrt{5})/2$.

Resposta: O número áureo é $(1 + \sqrt{5})/2$.

b) Aplicando a fórmula recursiva de F(n), obtemos F(9) = 21 + 13 = 34, F(10) = 34 + 21 = 55 e F(11) = 55 + 34 = 89. Assim, a aproximação desejada para o número áureo é $89/55 \approx 1{,}6$.

Resposta: O 10º termo da sequência é 55 e o 11º termo é 89. O valor aproximado do número áureo é 1,6.

RESPOSTA ESPERADA – MATEMÁTICA

Questão 16

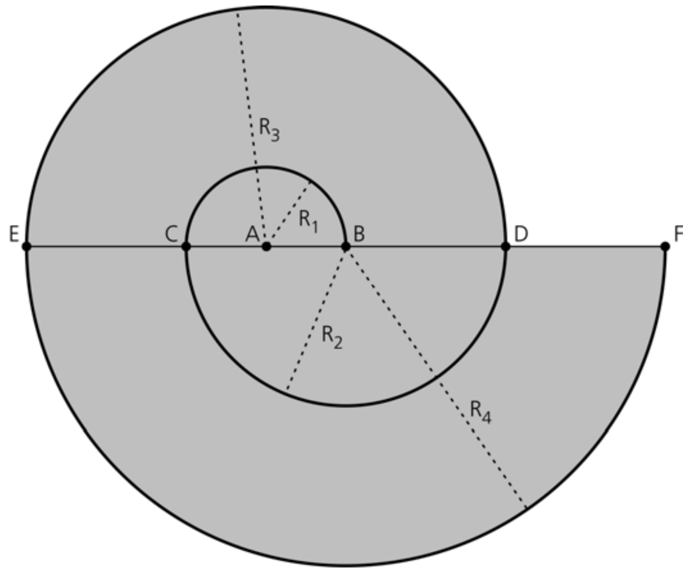
a) Determine a área da região destacada na figura.

b) Determine o comprimento da curva composta pelos primeiros 20 arcos de circunferência.

Respostas esperadas.

a) Observamos na figura ao lado que

$$R_1 = \overline{AB} = 1\,\text{cm}.$$
$$R_2 = \overline{CB} = 2R_1 = 2\,\text{cm}.$$
$$R_3 = \overline{AD} = R_1 + R_2 = 3\,\text{cm}.$$
$$R_4 = \overline{EB} = 2R_2 = 4\,\text{cm}.$$



A área da região destacada é a soma das áreas de dois semicírculos, um com raio R_3 e outro com raio R_4. Logo,

$$A = \frac{\pi R_3^2}{2} + \frac{\pi R_4^2}{2} = \frac{\pi}{2}(3^2 + 4^2) = \frac{25\pi}{2}\,\text{cm}^2.$$

Resposta: A área da região destacada é igual a $25\pi/2$ cm^2.

b) O i-ésimo arco de circunferência mede metade do comprimento da circunferência de raio R_i, ou seja, $c_i = \pi R_i = \pi i$. O comprimento da curva formada pelos primeiros n arcos é a soma dos termos de uma progressão aritmética de termo geral c_i. Logo,

$$c = \sum_{i=1}^{n} c_i = \sum_{i=1}^{n} \pi i = \pi \sum_{i=1}^{n} i = \frac{\pi n(n+1)}{2}.$$

Supondo que n = 20, temos $c = \pi \cdot 20 \cdot 21/2 = 210\pi$ cm.

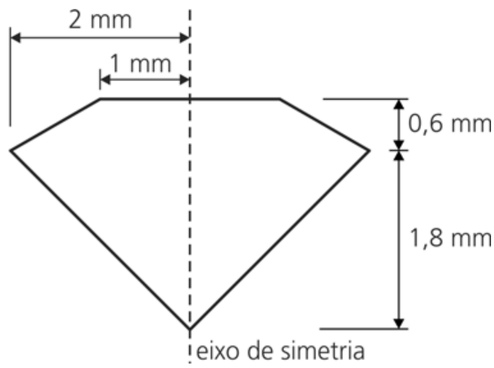
Resposta: A curva tem 210π cm de comprimento.

RESPOSTA ESPERADA – MATEMÁTICA

Questão 17

a) Em gemologia, um quilate é uma medida de massa, que corresponde a 200 mg. Considerando que a massa específica do diamante é de aproximadamente 3,5 g/cm^3, determine o volume de um brilhante com 0,7 quilate.

b) A figura ao lado apresenta a seção transversal de um brilhante. Como é muito difícil calcular o volume exato da pedra lapidada, podemos aproximá-lo pela soma do volume de um tronco de cone (parte superior) com o de um cone (parte inferior). Determine, nesse caso, o volume aproximado do brilhante.



Dica: o volume de um tronco de cone pode ser obtido empregando-se a fórmula

$$V = \frac{\pi}{3}h(R^2 + Rr + r^2),$$

em que R e r são os raios das bases e h é a altura do tronco.

Respostas esperadas.

a) Se 1 quilate corresponde a 200 mg, então 0,7 quilate corresponde a 0,7·200 = 140 mg = 0,14 g. Como cada cm^3 de diamante tem 3,5 g, podemos escrever

$$\frac{3{,}5\,g}{1cm^3} = \frac{0{,}14\,g}{x},$$

donde 3,5x = 0,14, ou x = 0,14/3,5 = 0,04 cm^3.

Resposta: Um brilhante de 0,7 quilate tem 0,04 cm^3, ou 40 mm^3.

b) A parte superior do brilhante é um tronco de cone com R = 2 mm, r = 1 mm e h = 0,6 mm. Logo, seu volume é

$$V_T == \frac{\pi}{3}h(R^2 + Rr + r^2) = \frac{\pi}{3}0{,}6(2^2 + 2\cdot 1 + 1^2) = 1{,}4\pi mm^3.$$

Por sua vez, a parte inferior do brilhante é um cone com 1,8 mm de altura e raio da base igual a 2 mm. Assim, o volume da parte inferior é dado por

RESPOSTA ESPERADA – MATEMÁTICA

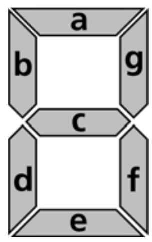
$$V_C = \frac{\pi}{3}hR^2 = \frac{\pi}{3}1{,}8 \cdot 2^2 = 2{,}4\pi\,\text{mm}^3.$$

Logo, o volume total é igual a $V_T + V_C = 1{,}4\pi + 2{,}4\pi = 3{,}8\pi$ mm^3.

Resposta: O brilhante tem volume aproximado de 3,8π mm^3.

Questão 18

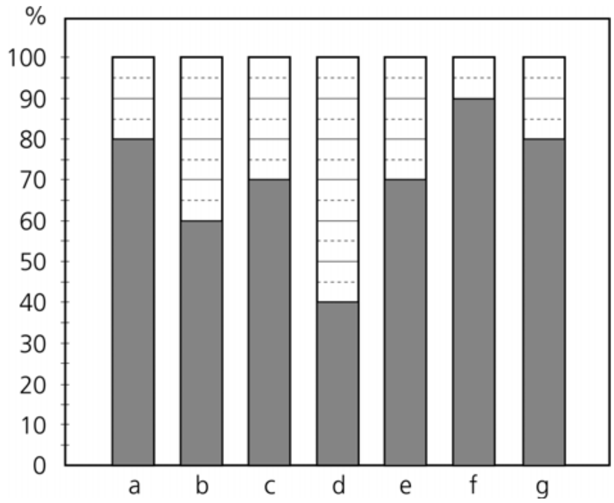
a) Atribuindo as letras a, b, c, d, e, f, g aos trechos do dígito destacado do relógio, como se indica ao lado, pinte no gráfico de barras abaixo a porcentagem de tempo em que cada um dos trechos fica aceso. Observe que as porcentagens referentes aos trechos f e g já estão pintadas.



b) Supondo, agora, que o dígito em destaque possua dois trechos defeituosos, que não acendem, calcule a probabilidade do algarismo 3 ser representado corretamente.

Respostas esperadas.

a) Como o tempo de exposição é o mesmo para todos os algarismos e o trecho **a** aparece em 8 dos 10 algarismos, concluímos que ele fica aceso em 8/10 = 80% do tempo. Repetindo esse raciocínio para os demais trechos, obtemos o gráfico de barras ao lado.



Resposta: O gráfico ao lado mostra a porcentagem de tempo em que cada trecho fica aceso.

b) A probabilidade de apresentar defeito é a mesma para todos os trechos. Supondo que a ocorrência de defeito em um trecho seja independente da existência de outro trecho defeituoso, o número de maneiras diferentes de distribuir dois trechos defeituosos pelos sete trechos de um dígito é dado por

$$C_{7,2} = \frac{7!}{2!\cdot 5!} = \frac{7\cdot 6}{2} = 21.$$

RESPOSTA ESPERADA – MATEMÁTICA

Para que o algarismo 3 seja representado corretamente, é preciso que os trechos defeituosos sejam aqueles indicados pelas letras b e d. Assim, em apenas uma das 21 combinações, o algarismo 3 será mostrado corretamente. Logo, a probabilidade é igual a 1/21.

Resposta: A probabilidade de que o algarismo 3 seja representado corretamente é igual a 1/21.

Questão 19

a) Uma consumidora selecionou cebolas pequenas e grandes, somando 40 unidades, que pesaram 1700 g. Formule um sistema linear que permita encontrar a quantidade de cebolas de cada tipo escolhidas pela consumidora e resolva-o para determinar esses valores.

b) Geralmente, as cebolas são consumidas sem casca. Determine a área de casca correspondente a 600 g de cebolas pequenas, supondo que elas sejam esféricas. Sabendo que 600 g de cebolas grandes possuem $192\pi\ cm^2$ de área de casca, indique que tipo de cebola fornece o menor desperdício com cascas.

Respostas esperadas.

a) O sistema linear deve ter duas equações, uma associada ao número e a outra ao peso das cebolas selecionadas pela consumidora. Assim, temos

$$\begin{aligned} x + y &= 40 \\ 25x + 200y &= 1700 \end{aligned}$$

Isolando x na primeira equação, obtemos x = 40 – y. Substituindo esse valor na segunda equação, concluímos que 25(40 – y) + 200y = 1700, ou 175y = 700, ou ainda y = 700/175 = 4. Logo, x = 40 – y = 36.

Resposta: Resolvendo o sistema acima, concluímos que a consumidora selecionou 36 cebolas pequenas e 4 cebolas grandes.

b) A casca de uma cebola pequena tem área igual a $4\pi r^2 = 4\pi 2^2 = 16\pi\, cm^2$. Como 600 g de cebolas pequenas correspondem a 600/25 = 24 cebolas, a área total de casca equivale a $24 \cdot 16\pi = 384\pi\, cm^2$.

Como a área de casca de 600 g de cebolas grandes é igual a $192\pi\, cm^2$, as cebolas grandes fornecem o menor desperdício com cascas.

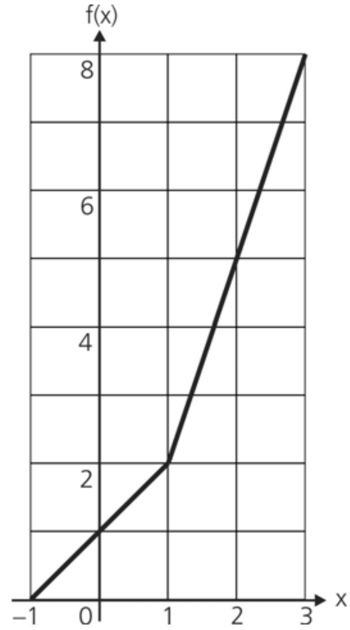
Resposta: O desperdício com cascas é menor para as cebolas grandes.

RESPOSTA ESPERADA – MATEMÁTICA

Questão 20

a) A figura ao lado mostra o gráfico de $f(x)$ para um valor específico de p. Determine esse valor.

b) Supondo, agora, que $p = -3$, determine os valores de x que satisfazem a equação $f(x) = 12$.



Respostas esperadas.

a) $f(x) = \begin{cases} 3x + p, & \text{se } x \geq -p \\ x - p, & \text{se } x < -p \end{cases}$

Logo, para $x = 1$, temos $3.1 + p = 1 - p$, de modo que $2p = -2$, ou $p = -1$.

Resposta: p = –1.

a') Para $x = 1$, devemos ter $f(x) = 2 \cdot 1 + |1 + p| = 2$. Assim, $|1 + p| = 0$, de modo que $p = -1$.

Resposta: p = –1.

b) Se $x < 3$, a equação $2x + |x - 3| = 12$ é equivalente a $2x - x + 3 = 12$, cuja solução é $x = 9$. Entretanto, como supomos que $x < 3$, descartamos essa solução.
Se x • 3, a equação $2x + |x - 3| = 12$ é equivalente a $2x + x - 3 = 12$, donde $3x = 15$, ou $x = 5$.

Resposta: x = 5.

RESPOSTA ESPERADA – MATEMÁTICA

Questão 21

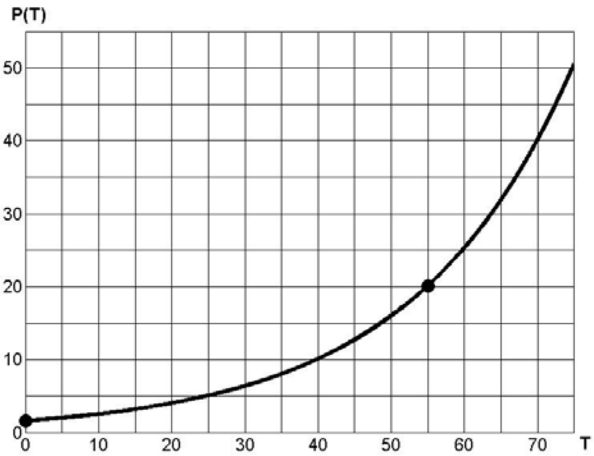
a) esboce, abaixo, a curva que representa a função P(T), exibindo o percentual exato para T = 0 e T = 55;

b) determine as constantes a e b para a bateria em questão. Se necessário, use $\log_{10}(2) \approx 0{,}30$, $\log_{10}(3) \approx 0{,}48$ e $\log_{10}(5) \approx 0{,}70$.

Respostas esperadas.

a) A função P(T) é exponencial e tem coeficientes **a** e **b** positivos. A curva desejada passa pelos pontos (0, 1,6) e (55, 20), como mostra o gráfico ao lado.

Resposta: Um esboço da curva é apresentado no gráfico ao lado.



b) Sabemos que P(0) = 1,6. Assim, $a \cdot 10^{b0} = 1{,}6$, de modo que a = 1,6.

Da mesma forma, $P(55) = 1{,}6 \cdot 10^{b55}$, donde

$$1{,}6 \cdot 10^{55b} = 20\,,$$

$$10^{55b} = \frac{20}{1{,}6} = \frac{50}{4} = \frac{25}{2}\,,$$

$$\log(10^{55b}) = \log\left(\frac{25}{2}\right).$$

Logo, $55b = 2\log(5) - \log(2)$, de modo que $55b = 2 \cdot 0{,}7 - 0{,}3 = 1{,}1$. Assim, temos b = 1,1/55 = 1/50.

Resposta: As constantes são a = 1,6 e b = 1/50.

RESPOSTA ESPERADA – MATEMÁTICA

Questão 22

a) Determine para quais valores de x o determinante de A é positivo.
b) Tomando

$$C = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix},$$

e supondo que, na matriz A, x = –2, calcule B = AC.

Respostas esperadas.

a) Usando a regra de Sarrus para o determinante de uma matriz de ordem 3, obtemos

$$\det(A) = 16x^3 - 36x - 64x = 16x^3 - 100x = 4x(4x^2 - 25).$$

Esse determinante é positivo se x > 0 e $4x^2 - 25 > 0$, ou se x < 0 e $4x^2 - 25 < 0$.
Observamos que $4x^2 - 25 = 0$ se $x^2 = 25/4$, ou seja, se x = 5/2 ou x = –5/2. A tabela abaixo fornece o sinal de x, de $4x^2 - 25$ e do determinante de A.

		–5/2		0		5/2	
x	–		–		+		+
$4x^2 - 25$	+		–		–		+
$4x(4x^2 - 25)$	–		+		–		+

Observamos, então, que o determinante será positivo para –5/2 < x < 0 e para x > 5/2.

Resposta: O determinante é positivo para –5/2 < x < 0 e para x > 5/2.

b) Se x = –2, então

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 6 \\ 0 & 6 & -32 \end{bmatrix}.$$

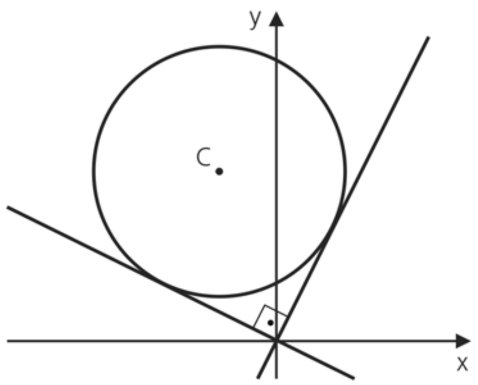
Logo,

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 6 \\ 0 & 6 & -32 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-2)\cdot 3 + 2\cdot 4 + 0\cdot(-1) \\ 2\cdot 3 + (-2)\cdot 4 + 6\cdot(-1) \\ 0\cdot 3 + 6\cdot 4 + (-32)\cdot(-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -8 \\ 56 \end{bmatrix}.$$

RESPOSTA ESPERADA – MATEMÁTICA

Resposta: $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -8 \\ 56 \end{bmatrix}$**.**

Questão 23

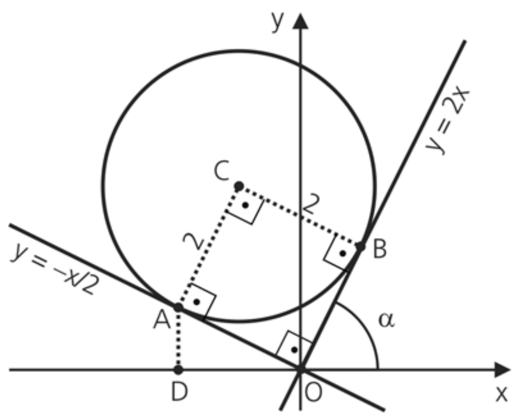


a) Determine as coordenadas do ponto de tangência entre o círculo e a reta $y = -x/2$.

b) Determine a equação da reta que passa pela origem e pelo ponto C, centro do círculo.

Respostas esperadas.

a) Como mostra a figura ao lado, o quadrilátero OACB é um quadrado de lado igual a 2. Assim, a distância entre o ponto A e a origem é igual a 2.
O coeficiente angular da reta que passa por O e A é –1/2, donde AD/OD = 1/2, ou OD = 2AD. Além disso, aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo OAD, obtemos $OD^2 + AD^2 = 2^2$.
Logo, $(2AD)^2 + AD^2 = 4$, ou seja, $5AD^2 = 4$, ou ainda $AD = 2/\sqrt{5} = 2\sqrt{5}/5$. Assim, $OD = 4/\sqrt{5} = 4\sqrt{5}/5$.
Finalmente, como o ponto A está no segundo quadrante, suas coordenadas são $(-4\sqrt{5}/5, 2\sqrt{5}/5)$.



Resposta: O ponto de tangência é $(-4\sqrt{5}/5, 2\sqrt{5}/5)$**.**

a’) O ponto A tem coordenadas $(x_A, -x_A/2)$. Além disso, como mostra a figura acima, o quadrilátero OACB é um quadrado de lado igual a 2, de modo que a distância entre o ponto A e a origem é igual a 2, ou seja,

RESPOSTA ESPERADA – MATEMÁTICA

$$\sqrt{(x_A - 0)^2 + (-x_A/2 - 0)^2} = 2\,.$$

Logo, $x_A^2 + x_A^2/4 = 4$, donde $5x_A^2/4 = 4$, ou seja, $x_A^2 = 16/5$. Como o ponto A está no segundo quadrante, temos $x_A = -4/\sqrt{5} = -4\sqrt{5}/5$. Assim, $y_A = -x_A/2 = 2/\sqrt{5} = 2\sqrt{5}/5$.

Resposta: O ponto de tangência é $(-4\sqrt{5}/5, 2\sqrt{5}/5)$.

b) Como a reta passa pela origem, seu coeficiente linear é 0. Por outro lado, como a reta é a bissetriz do ângulo AÔB, seu coeficiente angular é dado por $\text{tg}(\alpha + 45°) = [\text{tg}(\alpha) + \text{tg}(45°)]/[1 - \text{tg}(\alpha)\text{tg}(45°)]$. Logo, $\text{tg}(\alpha + 45°) = (2+1)/(1-2.1) = -3$, e a reta desejada é y = –3x.

Resposta: A reta que passa pela origem e pelo ponto C tem equação y = –3x.

b') A reta que passa pelos pontos A e C tem coeficiente angular 2, de modo que $(y_C - y_A)/(x_C - x_A) = 2$, ou $(y_C - y_A) = 2(x_C - x_A)$. Como a distância entre A e C é igual a 2, concluímos que $(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = 4$. Logo, $5(x_C - x_A)^2 = 4$, ou $x_C - x_A = 2\sqrt{5}/5$. Assim, $y_C - y_A = 4\sqrt{5}/5$, e $C = (-4\sqrt{5}/5 + 2\sqrt{5}/5, 2\sqrt{5}/5 + 4\sqrt{5}/5)$, ou $C = (-2\sqrt{5}/5, 6\sqrt{5}/5)$.
Como a reta desejada passa pela origem, seu coeficiente linear é 0. Por outro lado, a reta passa pelo ponto C, de modo que seu coeficiente angular é dado por $(y_C - 0)/(x_C - 0) = 6\sqrt{5}/5/(-2\sqrt{5}/5) = -3$.
Logo, a reta tem equação y = –3x.

Resposta: A reta que passa pela origem e pelo ponto C tem equação y = –3x.

b'') O ponto C é equidistante às retas y = 2x e y = –x/2. Reescrevendo essas retas, dizemos que C é equidistante a –2x + y = 0 e a x + 2y = 0. Usando, então, a fórmula da distância entre ponto e reta, temos

$$\frac{|-2x_C + y_C|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2}} = 2 \quad \text{e} \quad \frac{|x_C + 2y_C|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = 2\,.$$

Logo, $|-2x_C + y_C| = 2\sqrt{5}$ e $|x_C + 2y_C| = 2\sqrt{5}$. Como $x_C < 0$ e $|y_C| > x_C$, temos o sistema linear

$$\begin{cases} -2x_C + y_C = 2\sqrt{5} \\ x_C + 2y_C = 2\sqrt{5} \end{cases},$$

cuja solução é $x_C = -2\sqrt{5}/5$, $y_C = 6\sqrt{5}/5$.
Como a reta desejada passa pela origem, seu coeficiente linear é 0. Por outro lado, a reta passa pelo ponto C, de modo que seu coeficiente angular é dado por $(y_C - 0)/(x_C - 0) = 6\sqrt{5}/5/(-2\sqrt{5}/5) = -3$.

RESPOSTA ESPERADA – MATEMÁTICA

Logo, a reta tem equação y = –3x.

Resposta: A reta que passa pela origem e pelo ponto C tem equação y = –3x.

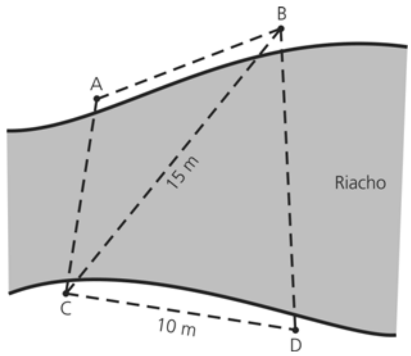
b''') A reta desejada é a reta suporte da bissetriz do ângulo $A\hat{O}B$. Dessa forma, os pontos dessa reta são equidistantes às retas y = 2x e y = –x/2, ou seja, são equidistantes a –2x + y = 0 e x + 2y = 0. Assim, tomando um ponto (x, y) qualquer dessa reta, temos

$$\frac{|-2x+y|}{\sqrt{(-2)^2+1^2}} = \frac{|x+2y|}{\sqrt{1^2+2^2}}.$$

Logo, $|-2x+y| = |x+2y|$. As soluções dessa equação são soluções de $-2x+y = x+2y$ ou de $-2x+y=-x-2y$. Isolando y na primeira equação, obtemos y = –3x. Já a segunda equação fornece y = x/3. Como a reta desejada passa pelo segundo e pelo quarto quadrantes, sua equação é y = –3x.

Resposta: A reta que passa pela origem e pelo ponto C tem equação y = –3x.

Questão 24



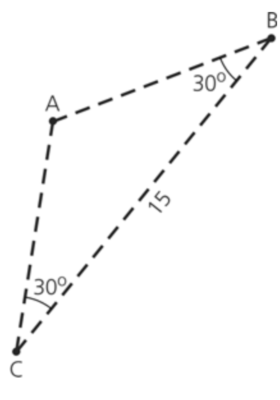
Visada	Ângulo
$A\hat{C}B$	π/6
$B\hat{C}D$	π/3
$A\hat{B}C$	π/6

a) Calcule a distância entre A e B.
b) Calcule a distância entre B e D.

Respostas esperadas.

a) Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º, o ângulo $B\hat{A}C$ mede 180 – 30 – 30 = 120º. Aplicando a lei dos senos ao triângulo ABC, obtemos

$$\frac{CB}{\text{sen}(B\hat{A}C)} = \frac{AB}{\text{sen}(A\hat{C}B)} \quad \text{ou} \quad \frac{15}{\sqrt{3}/2} = \frac{AB}{1/2}.$$

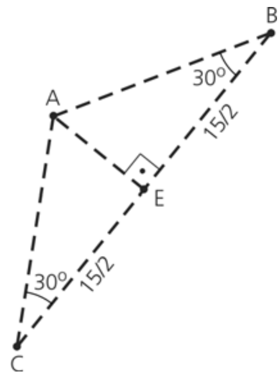


RESPOSTA ESPERADA – MATEMÁTICA

Logo, $AB = \dfrac{15 \cdot 1/2}{\sqrt{3}/2} = \dfrac{15}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$ m.

Resposta: A distância entre A e B é igual a $5\sqrt{3}$ m.

a') O triângulo ABC é isósceles, de modo que AB = AC. Tomando E como o ponto médio do segmento BC, observamos que o triângulo ABE é retângulo. Desse modo,



$$\cos(A\hat{B}E) = \frac{(15/2)}{AB}, \text{ ou } \cos(30°) = \frac{(15/2)}{AB}, \text{ ou ainda } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{(15/2)}{AB}.$$

Logo, $AB = \dfrac{15}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$ m.

Resposta: A distância entre A e B é igual a $5\sqrt{3}$ m.

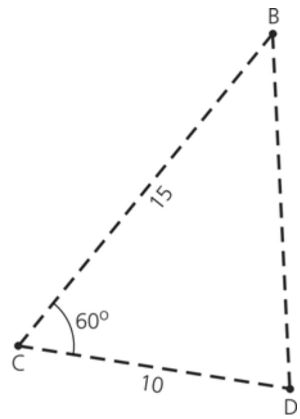
a'') Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º, o ângulo $B\hat{A}C$ mede 180 – 30 – 30 = 120º. Além disso, o triângulo ABC é isósceles, de modo que AB = AC. Aplicando, então, a lei dois cossenos ao triângulo ABC, obtemos

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos(C\hat{A}B),$$
$$15^2 = 2AB^2 - 2 \cdot AB^2 \cdot \cos(120°),$$
$$15^2 = 2AB^2 - 2 \cdot AB^2 \cdot (-1/2).$$

Logo, $3AB^2 = 15^2$, donde $AB = \dfrac{15}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3}$ m.

Resposta: A distância entre A e B é igual a $5\sqrt{3}$ m.

b) Aplicando, agora, a lei dos cossenos ao triangulo BCD, obtemos



$$BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2 \cdot BC \cdot CD \cdot \cos(B\hat{C}D) = 15^2 + 10^2 - 2 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 1/2 = 175.$$

Logo, $BD = \sqrt{175} = 5\sqrt{7}$ m.

Resposta: A distância entre B e D é igual a $5\sqrt{7}$ m.