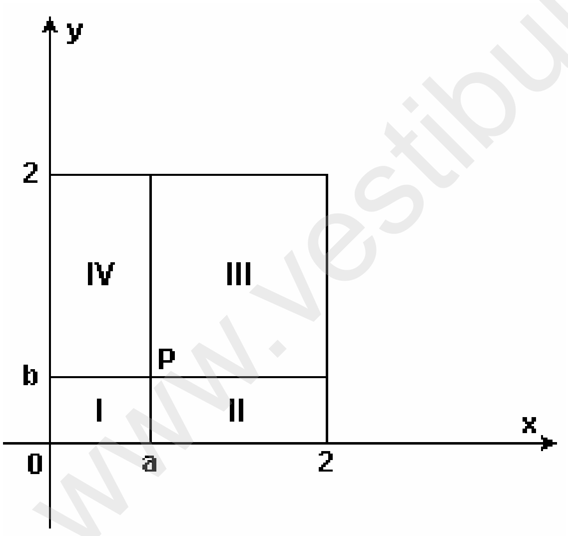
- GEOMETRIA ANALÍTICA -

1. (Puc-rio 2004) Sejam A e B os pontos (1, 1) e (5, 7) no plano. O ponto médio do segmento AB é:
a) (3, 4)
b) (4, 6)
c) (-4, -6)
d) (1, 7)
e) (2, 3)

2. (Ufg 2004) Para medir a área de uma fazenda de forma triangular, um agrimensor, utilizando um sistema de localização por satélite, encontrou como vértices desse triângulo os pontos A(2,1), B(3,5) e C(7,4) do plano cartesiano, com as medidas em km. A área dessa fazenda, em km^2, é de
a) 17/2
b) 17
c) $2\sqrt{17}$
d) $4\sqrt{17}$
e) $(\sqrt{17})/2$

3. (Ufmg 2007) Seja P = (a, b) um ponto no plano cartesiano tal que $0 < a < 1$ e $0 < b < 1$.
As retas paralelas aos eixos coordenados que passam por P dividem o quadrado de vértices (0, 0), (2, 0), (0, 2) e (2, 2) nas regiões I, II, III e IV, como mostrado nesta figura:



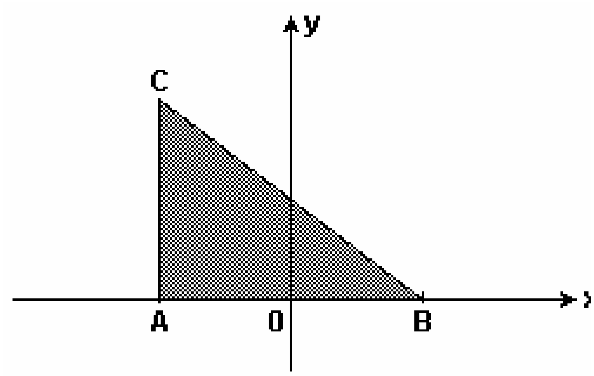
Considere o ponto $Q = (\sqrt{(a^2 + b^2)}, ab)$.
Então, é correto afirmar que o ponto Q está na região
a) I.
b) II.
c) III.
d) IV.

4. (Ufrs 2001) No sistema de coordenadas polares, considere os pontos O=(0,0), A=(1, 0), P=(ρ, θ) e Q=(1/ρ, θ), onde $0 < \theta < \pi/2$ e $\rho > 0$.
Se a área do triângulo OAP vale o dobro da área do triângulo OAQ, então ρ vale
a) 1/2.
b) $\sqrt{2}/2$.
c) $\sqrt{2}$.
d) 2.
e) $2\sqrt{2}$.

5. (Ufscar 2003) Dados os pontos A(2,0), B(2,3) e C(1,3), vértices de um triângulo, o raio da circunferência circunscrita a esse triângulo é
a) $(\sqrt{10})/3$
b) 10/3
c) $(\sqrt{2})/2$
d) $(\sqrt{10})/2$
e) $\sqrt{10}$

6. (Fuvest 2006) O conjunto dos pontos (x,y), do plano cartesiano que satisfazem $t^2 - t - 6 = 0$, onde $t = |x - y|$, consiste de
a) uma reta.
b) duas retas.
c) quatro retas.
d) uma parábola.
e) duas parábolas.

7. (G1 - cftmg 2006) Na figura abaixo, os pontos A (-10, 0), B (10, 0) e C (- 10, y) são vértices do triângulo ABC.

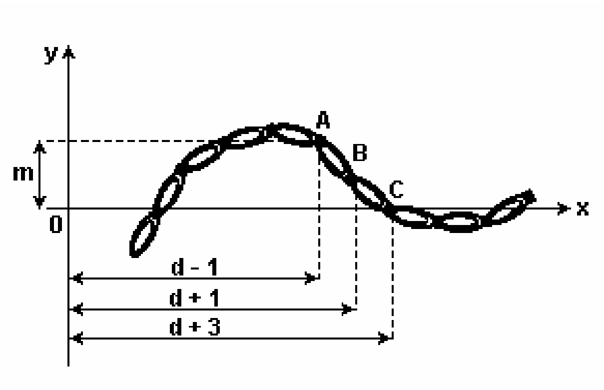


Sabendo-se que o lado BC mede 25, a área desse triângulo é igual a
a) 120
b) 150
c) 160
d) 180

8. (Ufla 2007) "Cientistas europeus, baseados na forma de locomoção de anelídeos, desenvolveram um robô para engatinhar através do intestino humano. Esse robô será útil para médicos diagnosticarem, por meio de microcâmeras, doenças e infecções."

(Revista Galileu, julho/2006)

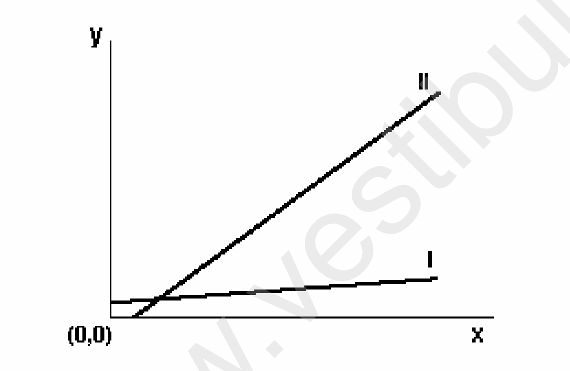
Na figura abaixo, é apresentado um esquema do protótipo desse robô.



Quais devem ser as coordenadas do ponto B, de modo que os pontos A, B e C sejam colineares?

a) $((d + 2)/2, m/3)$
b) $((d + 2)/2, m/2)$
c) $(d + 1, m/3)$
d) $(d + 1, m/2)$

9. (Ufscar 2004) Considere a relação gráfica:



Podemos afirmar que

a) o coeficiente linear de I é negativo.
b) o coeficiente linear de II é positivo.
c) ambos os gráficos possuem coeficiente linear zero.
d) o coeficiente angular do gráfico II é maior que o do gráfico I.
e) o coeficiente angular do gráfico I é maior que o do gráfico II.

10. (Ufsm 2006)

Calvin - Watterson.

Supondo agora que o percurso feito por você e o Sr. Jones é descrito pela reta r, cuja equação é $2x - 3y + 5 = 0$, então, a equação da reta perpendicular a r e que passa pelo ponto P(5, 10), é

a) $3x + 2y - 35 = 0$
b) $2x + 3y - 5 = 0$
c) $2x + 3y + 35 = 0$
d) $2x - 3y + 5 = 0$
e) $3x - 2y + 35 = 0$

11. (Unesp 2007) Um triângulo tem vértices P = (2, 1), Q = (2, 5) e R = $(x_0, 4)$, com $x_0 > 0$. Sabendo-se que a área do triângulo é 20, a abscissa x_0 do ponto R é:

a) 8.
b) 9.
c) 10.
d) 11.
e) 12.

12. (Pucsp 2006) Sejam $x + 2y - 1 = 0$ e $2x - y + 3 = 0$ as equações das retas suportes das diagonais de um quadrado que tem um dos vértices no ponto (- 5; 3). A equação da circunferência inscrita nesse quadrado é

a) $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 8 = 0$
b) $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 8 = 0$
d) $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 10 = 0$
e) $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 10 = 0$

13. (Uel 2007) Considere a reta r de equação $y - 2x - 2 = 0$.

Com relação à representação geométrica da reta r no plano cartesiano, pode-se afirmar:

I. A área do triângulo formado pela reta r e pelos eixos coordenados tem o valor de 1 unidade quadrada.
II. A circunferência de equação $x^2+y^2 = 2$ contém todo o triângulo formado pela reta r e pelos eixos coordenados.
III. A circunferência de equação $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ tangencia a reta r.
IV. A reta r é perpendicular à reta $2y + x + 10 = 0$.

A alternativa que contém todas as afirmativas corretas é:
a) I e II
b) I e III
c) I e IV
d) II e III
e) II, III e IV

14. (Ufc 2007) Seja γ uma circunferência de raio 2 cm, AB um diâmetro de γ e r e s retas tangentes a γ, respectivamente por A e B. Os pontos P e Q estão respectivamente situados sobre r e s e são tais que PQ também tangencia γ. Se AP = 1 cm, pode-se afirmar corretamente que BQ mede:
a) 3 cm
b) 4 cm
c) 4,5 cm
d) 8 cm
e) 8,5 cm

15. (Ufes 2004) Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, considere as circunferências dadas pelas equações

$$(6x - 25)^2 + 36y^2 = 25^2$$
$$64x^2 + (8y - 25)^2 = 25^2$$

A equação da reta determinada pelos centros dessas circunferências é
a) $25x + 25y = 25^2$
b) $64x + 36y = 25^2$
c) $36x + 64y = 25^2$
d) $8x + 6y = 25$
e) $6x + 8y = 25$

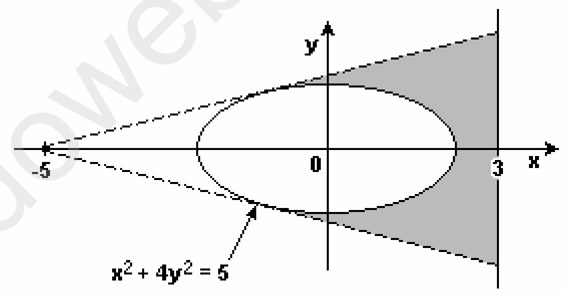
16. (Ufrs 2006) A área da interseção das regiões do plano xy definidas pelas desigualdades $|x| + |y| \leq 1$ e $(x - 1)^2 \leq 1 - y^2$ é
a) $\pi/5$.
b) $\pi/4$.
c) $\pi/3$.
d) $\pi/2$.
e) π.

17. (Cesgranrio 2002) Uma montagem comum em laboratórios escolares de Ciências é constituída por um plano inclinado, de altura aproximadamente igual a 40cm, com 4 canaletas paralelas e apoiado em uma mesa, forrada de feltro, cuja borda é curvilínea. Sobre a mesa há um ponto marcado no qual se coloca uma bola de gude. A experiência consiste em largar, do alto do plano inclinado, outra bola de gude, a qual, depois de rolar por uma das canaletas, cai na mesa e colide sucessivamente com a borda da mesa e com a primeira bola.

A borda da mesa tem a forma de um arco de:
a) elipse, e o ponto marcado é um de seus focos.
b) parábola, e o ponto marcado é seu foco.
c) hipérbole, e o ponto marcado é um de seus focos.
d) hipérbole, e o ponto marcado é seu centro.
e) circunferência, e o ponto marcado é seu centro.

18. (Fgv 2002) No plano cartesiano, a curva de equações paramétricas x=2cost e y=5sent com $t \in \mathbb{R}$ é:
a) uma senóide
b) uma cossenóide
c) uma hipérbole
d) uma circunferência
e) uma elipse

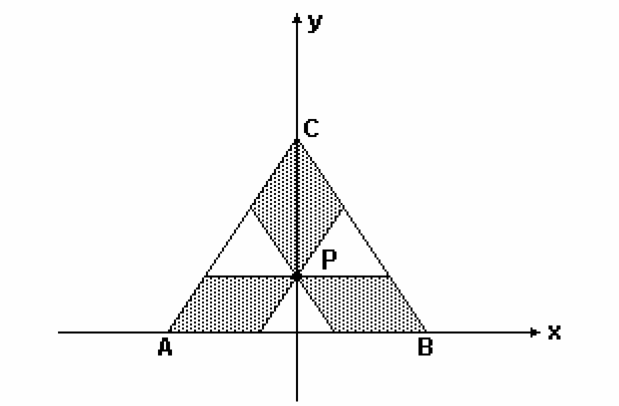
19. (Uerj 2004) Um holofote situado na posição (-5,0) ilumina uma região elíptica de contorno $x^2 + 4y^2 = 5$, projetando sua sombra numa parede representada pela reta x = 3, conforme ilustra a figura abaixo.



Considerando o metro a unidade dos eixos, o comprimento da sombra projetada é de:
a) 2
b) 3
c) 4
d) 5

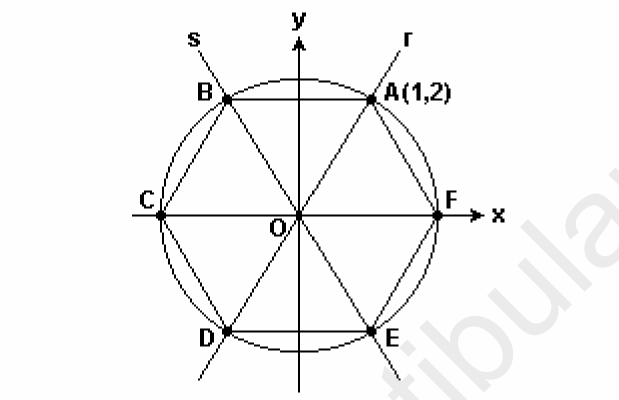
20. (Unifesp 2006) A parábola $y = x^2 - nx + 2$ tem vértice no ponto (x_n, y_n).
O lugar geométrico dos vértices da parábola, quando n varia no conjunto dos números reais, é
a) uma parábola.
b) uma elipse.
c) um ramo de uma hipérbole.
d) uma reta.
e) duas retas concorrentes.

21. (Fuvest 2000) Considere os pontos A=(-2,0), B=(2,0), C=(0,3) e P=(0,α), com $0<\alpha<3$. Pelo ponto P, traçamos as três retas paralelas aos lados do triângulo ABC.



a) Determine, em função de α, a área da região sombreada na figura.
b) Para que valor de α essa área é máxima?

22. (Unifesp 2003) A figura representa, em um sistema ortogonal de coordenadas, duas retas, r e s, simétricas em relação ao eixo Oy, uma circunferência com centro na origem do sistema, e os pontos A=(1,2), B, C, D, E e F, correspondentes às interseções das retas e do eixo Ox com a circunferência.



Nestas condições, determine
a) as coordenadas dos vértices B, C, D, E e F e a área do hexágono ABCDEF.
b) o valor do cosseno do ângulo AÔB.

23. (Puc-rio 2005) Sejam os pontos A = (a, 1) e B = (0, a). Sabendo que o ponto médio do segmento AB pertence à reta x + y = 7, calcule o valor de a.

24. (Ufscar 2004) Os pontos A(3, 6), B(1, 3) e C(xC, yC) são vértices do triângulo ABC, sendo M(xM, yM) e N (4, 5) pontos médios dos lados AB e AC, respectivamente.
a) Calcule a distância entre os pontos M e N.
b) Determine a equação geral da reta suporte do lado BC do triângulo ABC.

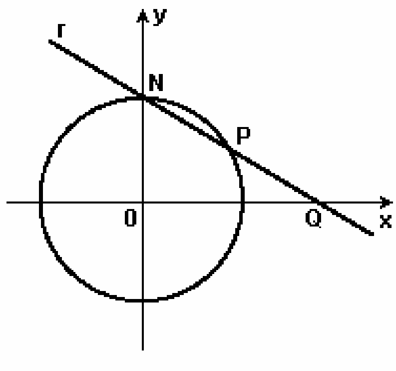
25. (Unicamp 2007) Seja dada a reta $x - 3y + 6 = 0$ no plano xy.
a) Se P é um ponto qualquer desse plano, quantas retas do plano passam por P e formam um ângulo de 45° com a reta dada acima?
b) Para o ponto P com coordenadas (2, 5), determine as equações das retas mencionadas no item (a).

26. (Uff 2002) Cada ponto P(x,y) de uma curva C no plano xy tem suas coordenadas descritas por:

$$\begin{cases} x = 1 + \cos t \\ \\ y = 2 + \text{sen } t \end{cases} \qquad , 0 \le t \le \pi$$

a) Escreva uma equação de C relacionando, somente, as variáveis x e y.
b) Calcule o comprimento de C.

27. (Ufpr 2007) A projeção estereográfica é um método de projetar pontos de um círculo sobre uma reta que pode ser utilizado na confecção de mapas (situação em que os círculos são os meridianos do globo terrestre). Suponha que γ é o círculo de raio 1 centrado na origem do plano xy, N = (0,1) é um ponto fixado e P = (a, b) é um ponto qualquer do círculo γ distinto de N. A projeção estereográfica do ponto P é a interseção da reta r determinada por N e P com o eixo x, representada pelo ponto Q na figura a seguir. Nessas condições:



a) Encontre a projeção Q do ponto P = $((\sqrt{2})/2, (\sqrt{2})/2)$.
b) Encontre as coordenadas do ponto P, pertencente ao círculo γ, cuja projeção é o ponto Q = (3, 0).

28. (Unicamp 2003) As equações $(x+1)^2 + y^2 = 1$ e $(x-2)^2 + y^2 = 4$ representam duas circunferências cujos centros estão sobre o eixo das abscissas.
a) Encontre, se existirem, os pontos de intersecção daquelas circunferências.
b) Encontre o valor de $a \in$ IR, $a \neq 0$, de modo que duas retas que passam pelo ponto (a, 0), sejam tangentes às duas circunferências.

29. (Fgv 2006) a) O piso de uma sala retangular de 100 dm de comprimento por 120 dm de largura vai ser revestido com placas quadradas, as maiores possíveis. Qual é a área de cada uma?
b) Sobre uma dessas placas cai um anel circular com 3 cm de diâmetro. Determine a área do lugar geométrico em que o centro do anel deve estar, para que o anel fique apenas sobre essa placa.

30. (Ufc 2007) No plano cartesiano, a hipérbole xy = 1 intersecta uma circunferência γ em quatro pontos distintos A, B, C e D. Calcule o produto das abscissas dos pontos A, B, C e D.

GABARITO

1. [A]	6. [B]	11. [E]	16. [B]
2. [A]	7. [B]	12. [A]	17. [B]
3. [B]	8. [D]	13. [C]	18. [E]
4. [C]	9. [D]	14. [B]	19. [C]
5. [D]	10. [A]	15. [E]	20. [A]

21.
a) $-\alpha^2 + 2\alpha + 3$
b) A área é máxima para $\alpha = 1$.

22.
a) B(-1; 2), C(-$\sqrt{5}$; 0), D(-1; -2), E(1; -2) e F($\sqrt{5}$; 0)
S = 4[($\sqrt{5}$) + 1] u.a.
b) cos (AÔB) = 0,6

23. a = 13/2

24.
a) ($\sqrt{17}$)/2
b) x - 4y + 11 = 0

25.
a) 2 retas
b) 2x - y + 1 = 0 e x + 2y - 12 = 0

26.
a) C: $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$, $0 \le x \le 2$ e $2 \le y \le 3$
b) π

27.
a) Q = (1 + $\sqrt{2}$, 0)
b) P = (3/5, 4/5)

28.
a) (0; 0)
b) a = - 4

29.
a) O lado de cada placa quadrada é o mdc(120,100) = 20. Portanto, a área de cada placa é $20^2 = 400$ dm^2.
b) O lugar geométrico que satisfaz a condição do enunciado é um quadrado de lado 20 - 0,3 = 19,7 dm. Logo, a área deste lugar geométrico é $19{,}7^2 = 388{,}09$ dm^2.

30. 1