- MATRIZES -

1. (Ueg 2007) Duas matrizes A e B são comutativas em relação à operação multiplicação de matrizes, se A . B = B . A. Dada a matriz B (figura 1), para que uma matriz não nula A (figura 2) comute com a matriz B, seus elementos devem satisfazer a relação

Figura 1

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Figura 2

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

a) a = c + d e b = 0.
b) c = a + d e b = c.
c) a = c + d e b = 1.
d) c = a + d e d = c.

2. (Fgv 2003) Sejam A, B e C matrizes quadradas de ordem 3 e O a matriz nula também de ordem 3. Assinale a alternativa correta:
a) Se A . B = O, então: A = O ou B = O
b) det(2 . A) = 2 det(A)
c) Se A . B = A . C, então B = C
d) A. (B . C) = (A . B) . C
e) det(A + B) = det(A) + det(B)

3. (Pucmg 2006) Considere as matrizes de elementos reais

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x \\ y & z \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad e \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 9 & 14 \end{bmatrix}.$$

Sabendo-se que A . B = C, pode-se afirmar que o produto dos elementos de A é:
a) 20
b) 30
c) 40
d) 50

4. (Pucsp 2006) Considere a equação matricial

$$\begin{bmatrix} i & 1-i \\ 0 & -i \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+i \\ 1+i \end{bmatrix}$$

em que i é a unidade imaginária. Os números complexos x e y que satisfazem essa equação são tais que a medida do argumento principal de x + y é
a) 120°
b) 135°
c) 225°
d) 240°
e) 330°

5. (Uece 2008) Se as matrizes

$$M = \begin{bmatrix} x & y \\ -y & x \end{bmatrix} \quad e \quad N = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

são tais que M.N = N.M, então, sobre os números reais x e y, é possível afirmar, corretamente, que
a) x é um número qualquer e y pode assumir somente um valor.
b) y é um número qualquer e x pode assumir somente um valor.
c) x e y podem ser quaisquer números reais.
d) x pode assumir somente um valor, o mesmo acontecendo com y.

6. (Ufu 2007) Sejam A, B e C matrizes quadradas de ordem 2, tais que A . B = I, em que I é a matriz identidade. A matriz X tal que A . X . A = C é igual a
a) B . C . B
b) (A£)¯¢ . C
c) C . (A¯¢)£
d) A . C . B

7. (Uff 2004) Em uma plantação, as árvores são classificadas de acordo com seus tamanhos em três classes: pequena (P), média (M) e grande (G).
Considere, inicialmente, que havia na plantação p³ árvores da classe P, m³ da classe M e g³ da classe G.
Foram cortadas árvores para venda.
A fim de manter a quantidade total de árvores que havia na floresta, foram plantadas k mudas (pertencentes à classe P).
Algum tempo após o replantio, as quantidades de árvores das classes P, M e G passaram a ser, respectivamente, p_1, m_1 e g_1, determinadas segundo a equação matricial:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ m_1 \\ g_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}9 & 0 \\ 0 & 0{,}1 & 0{,}95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ m_0 \\ g_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Observando-se que $p_1 + m_1 + g_1$ = p³ + m³ + g³, pode-se afirmar que k é igual a:
a) 5% de g³
b) 10% de g³
c) 15% de g³
d) 20% de g³
e) 25% de g³

8. (Uff 2005) Um dispositivo eletrônico, usado em segurança, modifica a senha escolhida por um usuário, de acordo com o procedimento descrito abaixo.

A senha escolhida S_1S‚SƒS„ deve conter quatro dígitos, representados por S_1, S‚, Sƒ e S„. Esses dígitos são, então, transformados nos dígitos M_1, M‚, Mƒ e M„, da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} \text{ e } \begin{pmatrix} M_3 \\ M_4 \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} S_3 \\ S_4 \end{pmatrix} \text{ onde P é a matriz } \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Se a senha de um usuário, já modificada, é 0110, isto é, M_1 = 0, M‚ = 1, Mƒ = 1 e M„ = 0, pode-se afirmar que a senha escolhida pelo usuário foi:

a) 0011
b) 0101
c) 1001
d) 1010
e) 1100

9. (Uff 2006) Nos processos de digitalização, imagens podem ser representadas por matrizes cujos elementos são os algarismos 0 e 1.

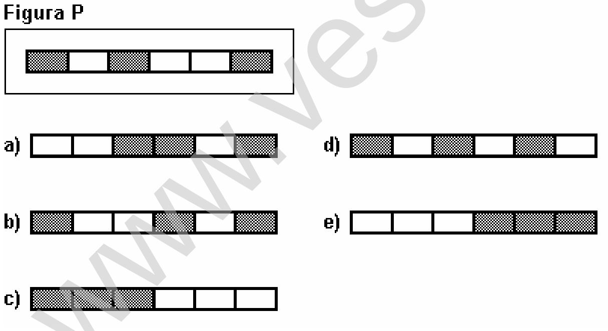
Considere que a matriz linha L = (1 0 1 0 0 1) representa a figura P, onde 1 representa "quadrinho" escuro e 0 representa "quadrinho" branco.

Seja X a matriz linha dada por X = LM, onde M é a matriz M = (m₵) com

ý1, se i + j = 7
m₵ = þ
ÿ0, se i + j · 7, 1 ´ i ´ 6, 1 ´ j ´ 6

Dessa forma, a matriz X representa a figura da opção:

Figura P



10. (Ufla 2008) Matrizes são arranjos retangulares de números e possuem inúmeras utilidades. Considere seis cidades A, B, C, D, E e F; vamos indexar as linhas e colunas de uma matriz 6 × 6 por essas cidades e colocar 1 na posição definida pela linha X e coluna Y, se a cidade X possui uma estrada que a liga diretamente à cidade Y, e vamos colocar 0 (zero), caso X não esteja ligada diretamente por uma estrada à cidade Y. Colocaremos também 1 na diagonal principal.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc} A & B & C & D & E & F \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Assinale a alternativa incorreta.

a) É possível ir, passando por outras cidades, da cidade C até a cidade E.
b) É possível ir, passando por outras cidades, da cidade A até a cidade C.
c) A matriz acima é simétrica.
d) Existem dois caminhos diferentes para ir da cidade A para a cidade D.

11. (Ufrn 2004) A matriz abaixo é 7x7 e foi formada com o número 1 em cada posição da primeira linha, um 0 e um 2, alternadamente, nas posições da segunda linha, dois 0 e um 3, também alternadamente, nas posições da terceira linha, e assim sucessivamente.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

Numa matriz 100x100, construída com o mesmo critério, a quantidade de números diferentes de zero na centésima coluna é

a) 8.
b) 9.
c) 10.
d) 11.

12. (Ufrrj 2003) Observe a tabela.

Quantidade comprada por cada amiga			
	Carne	Arroz	Café
Laura	20 kg	3 pct	4 pct
Simone	5 kg	2 pct	2 pct
Lisa	10 kg	2 pct	3 pct

Preço dos insumos em cada mercado			
	Mercado A	Mercado B	Mercado C
Carne (kg)	R$ 6,00	R$ 5,50	R$ 5,50
Arroz (5 kg)	R$ 4,00	R$ 4,50	R$ 3,00
Café (500g)	R$ 2,00	R$ 2,00	R$ 3,00

Simone e duas vizinhas se encontraram após fazerem uma pesquisa de preços em três mercados. Levando-se em conta três itens de suas listas, a saber: carne, arroz e café e os preços destes insumos em cada mercado, conforme mostra a tabela acima, é correto afirmar que

a) Lisa e Simone gastarão menos comprando no mercado C, do que gastariam no mercado B.

b) Simone e Lisa gastarão menos comprando no mercado B, do que gastariam nos mercados A ou C.

c) as três gastarão menos comprando no mercado A, do que gastariam no mercado B.

d) Laura e Simone gastarão menos comprando no mercado C, do que gastariam nos mercados A ou B.

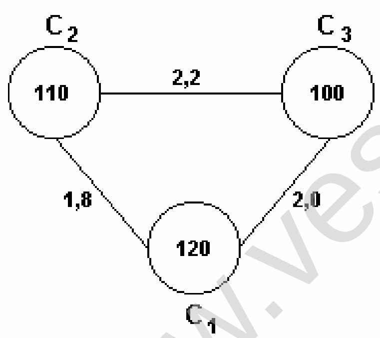
e) Laura e Lisa gastarão menos comprando no mercado B, do que gastariam no mercado C.

13. (Ufsm 2004) Outra medida no sentido de desafogar o trânsito é o planejamento na construção de edifícios públicos.

O diagrama a seguir representa três bairros, C_1, C‚, e Cƒ, com as respectivas populações de alunos e as distâncias entre eles, em quilômetros.

Deseja-se construir uma escola em um desses bairros, de tal maneira que a distância percorrida por todos os alunos seja a mínima possível.

A matriz X que representa as distâncias entre as localidades é dada por X = [d‹Œ] onde d‹Œ é a distância entre C‹ e CŒ, 1 ´ i ´ 3, 1 ´ j ´ 3.



Assinale V nas afirmações verdadeiras e F nas falsas.

( ) $X = \begin{pmatrix} 0 & 1,8 & 2 \\ 1,8 & 0 & 2,2 \\ 2 & 2,2 & 0 \end{pmatrix}$

( ) Se $Y = \begin{pmatrix} 120 \\ 110 \\ 100 \end{pmatrix}$ é a matriz-coluna das populações, então

$$XY = \begin{pmatrix} 398 \\ 436 \\ 482 \end{pmatrix}$$

( ) A localidade escolhida para a construção da escola deve ser C_2.

A seqüência correta é

a) V - V - V.

b) V - F - V.

c) F - V - F.

d) V - V - F.

e) F - F - V.

14. (Unesp 2003) Sejam A e B duas matrizes quadradas de mesma ordem. Em que condição pode-se afirmar que (A + B)£ = A£ + 2AB + B£?

a) Sempre, pois é uma expansão binomial.

b) Se e somente se uma delas for a matriz identidade.

c) Sempre, pois o produto de matrizes é associativo.

d) Quando o produto AB for comutativo com BA.

e) Se e somente se A = B.

15. (Unesp 2005) Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & z \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 36 & 45 \end{pmatrix},$$

com x, y, z números reais.

Se A . B = C, a soma dos elementos da matriz A é:

a) 9.

b) 40.

c) 41.

d) 50.

e) 81.

16. (Ufc 2008) A matriz quadrada A de ordem 3 é tal que

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

a) Calcule A£ - 3 . I, em que I é a matriz identidade de ordem 3.

b) Sabendo-se que A cumpre a propriedade A¤ - 3 . A = 2 . I, determine a matriz inversa de A.

17. (Fuvest 2005) Diz-se que a matriz quadrada A tem posto 1 se uma de suas linhas é não-nula e as outras são múltiplas dessa linha. Determine os valores de a, b e c para os quais a matriz 3 x 3

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \frac{1}{2} & 3 \\ 3a - b + 2c & 1 & 6 \\ b + c - 3a & \frac{1}{2} & c - 2a + b \end{bmatrix}$$

tem posto 1.

18. (Uerj 2005) A temperatura corporal de um paciente foi medida, em graus Celsius, três vezes ao dia, durante cinco dias. Cada elemento a¢ da matriz abaixo corresponde à temperatura observada no instante i do dia j.

$$\begin{bmatrix} 35,6 & 36,4 & 38,6 & 38,0 & 36,0 \\ 36,1 & 37,0 & 37,2 & 40,5 & 40,4 \\ 35,5 & 35,7 & 36,1 & 37,0 & 39,2 \end{bmatrix}$$

Determine:
a) o instante e o dia em que o paciente apresentou a maior temperatura;
b) a temperatura média do paciente no terceiro dia de observação.

19. (Ufpr 2007) Se A é uma matriz quadrada de ordem 2 e I é a matriz identidade de mesma ordem, pode-se mostrar que, para cada n natural, existem números reais ‘ e ’ tais que A¾ = ‘ A + ’ I.
Dada a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Encontre ‘ e ’ tais que A£ = ‘ A + ’ I.
b) Multiplicando a expressão do item anterior pela matriz inversa A¯¢ obtém-se a expressão A = ‘ I + ’ A¯¢. Use essa informação para calcular a matriz A¯¢.

20. (Ufscar 2003) Sejam as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ \log 0,1 & 5 \end{bmatrix} \quad e \quad B = \begin{bmatrix} \log 0,01 & 0 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}.$$

Calcule:
a) o determinante da matriz (B - A).
b) a matriz inversa da matriz (B - A).

GABARITO

1. [A]	6. [A]	11. [B]
2. [D]	7. [A]	12. [D]
3. [C]	8. [C]	13. [D]
4. [C]	9. [B]	14. [D]
5. [A]	10. [B]	15. [B]

16. Observe as figuras a seguir:

$$a)\ A^2 - 3 . I = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} - 3 . \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$b)\ A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$$

17. a = 1, b = 3 e c = 2

18.
a) Na segunda medição do 4¡. dia.
b) 37,3°C.

19.
a) ‘ = 3 e ’ = -2
b) Observe a figura a seguir:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & -3/2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

20.
a) 50
b)

$$b)\ \begin{bmatrix} -\frac{4}{25} & \frac{1}{25} \\ -\frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \end{bmatrix}$$