MATEMÁTICA I

01. A expressão $\frac{1,101010...+0,111...}{0,09696...}$ é igual a

A) 12,5
B) 10
C) 8,75
D) 5
E) 2,5

02. Sobre a equação reduzida da reta que intercepta o eixo y no ponto (0,4) e o eixo x no ponto (2,0), é CORRETO afirmar que o coeficiente angular

A) da reta será um número positivo ímpar.
B) da reta será um número positivo par.
C) da reta será um número negativo cujo módulo é um número ímpar.
D) da reta será um número negativo cujo módulo é um número par.
E) da reta é nulo.

03. Um dado jogo consiste no lançamento de dois dados não viciados de seis faces cada, numeradas de um a seis. Sempre que o primeiro dado lançado tiver um valor (face para cima) estritamente maior que o valor do segundo dado, o jogador A vence. Se o valor do primeiro dado for estritamente menor que o do segundo dado, vence o jogador B. Em caso de valores iguais, o lançamento é considerado inválido, e os dados são lançados novamente. Nestas condições, em seis partidas válidas, a probabilidade de que o jogador A vença, pelo menos, uma das partidas é igual a

A) 1/36
B) 35/36
C) 1/64
D) 63/64
E) 1/6

04. Sabendo-se que $2^{4x+3} = 3$ e que log 2 = m e log 3 = n, é CORRETO afirmar que

A) x = (n – 3m) / 4n
B) x = (n – 3m) / 4m
C) x = n/m – m/n
D) x = m/n – n/m
E) x = 4 + n/m

05. Se o valor mínimo de $5x^2$-6x+m é estritamente maior que 3, então é CORRETO afirmar que necessariamente

A) m>4
B) m>5
C) m<4
D) m<5
E) 4<m<5

06. Sabendo-se que sen x + sen 2x + sen 3x = 0, sobre o número de soluções desta equação, é CORRETO afirmar que existe um número

A) par de soluções desta equação no intervalo $0 < x < 2\pi$ e um número par de soluções no intervalo $0 < x < \pi$.
B) par de soluções desta equação no intervalo $0 < x < 2\pi$ e um número ímpar de soluções no intervalo $0 < x < \pi$.
C) ímpar de soluções desta equação no intervalo $0 < x < 2\pi$ e um número par de soluções no intervalo $0 < x < \pi$.
D) ímpar de soluções desta equação no intervalo $0 < x < 2\pi$ e um número ímpar de soluções no $0 < x < \pi$.
E) par de soluções desta equação no intervalo $0 < x < 2\pi$ e nenhum no intervalo $0 < x < 2\pi$.

07. Para que o polinômio $6x^3 - 4x^2 + 2mx - (m + 1)$ seja divisível por $x - 3$, o valor da raiz quadrada do módulo de m **deve ser igual a**

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 5

08. Dados A e B conjuntos, a operação de diferença simétrica ($\oplus$) é definida por $A \oplus B = A \cup B - A \cap B$. Se $A = \{1, \{1\}, \emptyset, a\}$ e $B = \{1, 2, \{\emptyset\}, a, b\}$, então o conjunto $A \oplus B$ é igual a

A) {1, {1}, ∅, {∅}, 2,a,b}
B) {1, a}
C) {{1}, {∅}, 2,b}
D) {{1}, ∅, {∅}, 2,b}
E) ∅

09. Ao se planificar um cone reto, sua superfície lateral é igual a um quarto de um círculo com área igual a 12π. Nessas condições, a área de sua base é igual a

A) π
B) 2π
C) 3π
D) 4π
E) 5π

10. Os elementos $\{a, b, c\}$, todos reais e positivos, estão, nesta ordem, em progressão geométrica. Sabendo que $\begin{cases} ax + by = 1 \\ cx + ay = 1 \end{cases}$ é possível e indeterminado, é CORRETO afirmar que necessariamente

A) a será o único termo não nulo no conjunto $\{a, b, c\}$.
B) se $abc \neq 0$, então os elementos $\{a, b, c\}$ estão, nesta ordem, também em progressão aritmética.
C) $a^2 \neq 0$ ou $c \neq 0$ mas $a^2 - bc = 0$.
D) $a^2 = 0$ ou $c = 0$ mas $a^2 - bc \neq 0$.
E) pelo menos dois elementos no conjunto $\{a, b, c\}$ são diferentes de zero.

Nas questões de 11 a 14, assinale, na coluna I, as afirmativas verdadeiras e, na coluna II, as falsas.

11. Analise as afirmações abaixo e conclua.

I	II	
0	0	O coeficiente angular de uma reta no plano que intercepta o eixo x no ponto P(a,0) e o eixo y no ponto Q(0,a) com a>0 é um número positivo não nulo.
1	1	Se uma reta no plano intercepta uma circunferência, também no plano, em dois pontos distintos, a distância entre esta reta e o centro da circunferência será maior ou igual ao raio.
2	2	Retas no plano com coeficiente angular estritamente positivo são representadas por equações do tipo $y = f(x)$ com $f: R \to R$ função crescente do 1º grau.
3	3	Se a distância entre os centros de duas circunferências no plano for maior que a soma de seus raios, essas circunferências não terão pontos em comum.
4	4	Independentemente das coordenadas do centro, circunferências no plano podem ser descritas pela equação $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ para coeficientes $A, B\ e\ C$ reais, devidamente escolhidos.

12. Sobre sistemas lineares $\begin{cases} \boldsymbol{a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1n}X_n = b_1} \\ \boldsymbol{a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots + a_{2n}X_n = b_2} \\ \ddots \\ \boldsymbol{a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \cdots + a_{nm}X_n = b_m} \end{cases}$ **nas variáveis** $\boldsymbol{X_1, X_2, \ldots, X_n}$ **e com coeficientes (todos) reais, é CORRETO afirmar que**

I	II	
0	0	se m>n, então o sistema é, necessariamente, impossível.
1	1	se m>n, então o sistema é, necessariamente, possível e indeterminado.
2	2	se m=n e $\det A = 0$, com $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ & & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$, então o sistema será indeterminado ou impossível.
3	3	se m=n e $\det A \neq 0$, com $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ & & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$, então o sistema será possível e determinado.
4	4	se os coeficientes $b_1, b_2, \ldots, b_m$ forem todos nulos, e $\det A \neq 0$, com $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ & & \ddots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}$, então a única solução do sistema é $X_1 = X_2 = \cdots = X_n = 0$

13. Sobre os divisores inteiros positivos do número inteiro $\boldsymbol{n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \ldots p_k^{a_k}}$ **onde os números** $\boldsymbol{p_1, p_2, \ldots, p_k}$ **são todos primos, dois a dois distintos, é CORRETO afirmar que**

I	II	
0	0	se $a_1 = 3$, então o número de divisores de n é par.
1	1	se $a_1, a_2, \ldots, a_k$ são todos pares, então o número de divisores de n é ímpar.
2	2	se ao menos um dos expoentes $a_1, a_2, \ldots, a_k$ for par, então, necessariamente, o número de divisores de n é par.
3	3	se, ao menos, um dos expoentes $a_1, a_2, \ldots, a_k$ for par, então, necessariamente, o número de divisores de n é ímpar.
4	4	se, ao menos, um dos expoentes $a_1, a_2, \ldots, a_k$ for ímpar, então, necessariamente, o número de divisores de n é par.

14. Analise as afirmações abaixo e conclua.

I	II	
0	0	Um polinômio de grau ímpar e coeficientes reais possui, necessariamente, pelo menos, uma raiz real.
1	1	Se todos os coeficientes de um polinômio são reais, suas raízes serão, necessariamente, reais.
2	2	Se um polinômio possui raízes complexas não reais, então seu grau é, necessariamente, um número par.
3	3	Se um polinômio possui raízes complexas não reais, então seu grau é, necessariamente, um número ímpar.
4	4	Se um polinômio possui raízes complexas, e todos seus coeficientes são números inteiros, então os conjugados complexos de cada raiz, também, são raízes do mesmo polinômio.