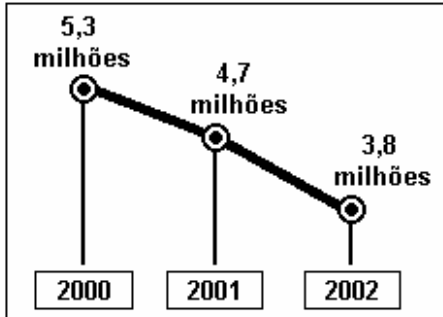


- PROGRESSÃO ARITMÉTICA -

1. (Cesgranrio 2004)

Os Estrangeiros Continuam Longe  
BRASIL



Enquanto no mundo o número de turistas cresce, no Brasil ele diminui. Essa é uma das conclusões do relatório da Organização Mundial de Turismo, divulgado recentemente.

Revista Veja, 05 nov. 2003.

Se as variações anuais no número de turistas estrangeiros apresentadas no gráfico acima formassem uma Progressão Aritmética, o número de turistas estrangeiros que visitariam o Brasil em 2003, em milhões, seria igual a:

- a) 1,2
- b) 2,4
- c) 2,6
- d) 2,9
- e) 3,2

2. (Fatec 2005) Se  $i$  é a unidade imaginária, a soma

$$2 + 4 \cdot i + 6 \cdot i^2 + \dots + 100 \cdot i^{20}$$

é um número

- a) primo.
- b) divisível por 4.
- c) múltiplo de 6.
- d) negativo.
- e) quadrado perfeito.

3. (Mackenzie 2003) Se a seqüência  $(2, 1/2, 4, 1/4, 6, 1/8, \dots)$  é formada por termos de uma progressão aritmética alternados com os termos de uma progressão geométrica, então o produto do vigésimo pelo trigésimo primeiro termo dessa seqüência é:

- a)  $2^{10}$
- b)  $\frac{1}{2^8}$
- c)  $2^{15}$
- d)  $\frac{1}{2^{20}}$
- e)  $\frac{1}{2^5}$

4. (Puc-rio 2008) Numa progressão aritmética de razão  $r$  e primeiro termo 3, a soma dos primeiros  $n$  termos é  $3n^2$ , logo, a razão é:

- a) 2
- b) 3
- c) 6
- d) 7
- e) 9

5. (Pucmg 2004) De segunda a sexta-feira, uma pessoa caminha na pista de 670 metros que contorna certa praça. A cada dia, ela percorre sempre uma volta a mais do que no dia anterior. Se, após andar cinco dias, ela tiver percorrido um total de 23,45 km, pode-se afirmar que, no terceiro dia, essa pessoa deu  $x$  voltas em torno da praça. O valor de  $x$  é:

- a) 6
- b) 7
- c) 8
- d) 9

6. (Pucmg 2006) Um restaurante, que só abre aos sábados, foi inaugurado no dia 02 de julho de 2005, quando recebeu 60 fregueses. A partir daí, o número de fregueses que passaram a freqüentar esse restaurante aumentou à razão de 12 pessoas por semana, até atingir a capacidade máxima de 180 pessoas, a qual tem se mantido. Sem contar o da inauguração, o número de sábados transcorridos, até que a capacidade máxima fosse atingida pela primeira vez, foi:

- a) 10
- b) 12
- c) 14
- d) 16

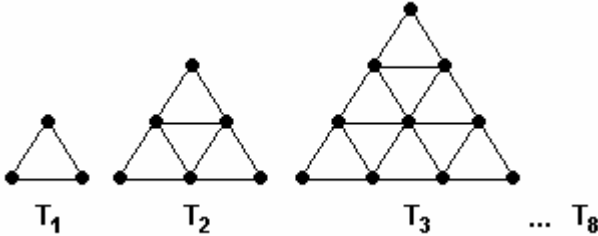
7. (Pucpr 2004) Três números ' $\alpha$ ', ' $\beta$ ' e ' $\gamma$ ' estão em progressão aritmética.

Então, o valor de:

$$(\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma) / (\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma) \text{ é:}$$

- a)  $\operatorname{tg}(\alpha + \beta + \gamma)$
- b)  $\operatorname{tg} \alpha$
- c)  $\operatorname{cotg}(\alpha + \beta)$
- d)  $\operatorname{tg} \alpha$
- e)  $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$

8. (Uece 2008) A seqüência de triângulos equiláteros, ilustrada na figura abaixo, apresenta certo número de pontos assinalados em cada triângulo.



Seguindo a lógica utilizada na construção da seqüência, o número de pontos que estarão assinalados no oitavo triângulo é

- a) 65
- b) 54
- c) 45
- d) 56

9. (Uel 2005) Uma decoradora usou 210 garrafas plásticas de 33 cm de altura para confeccionar uma árvore de natal em forma de triângulo. Para isto usou uma placa triangular na qual colou as garrafas da seguinte forma: uma garrafa na primeira fila, duas na segunda fila, e assim sucessivamente, acrescentando uma garrafa a cada fila. Qual deve ser a altura da placa, sabendo que não há sobreposição de garrafas, não há espaço entre uma fila e outra e que sobram 10 cm no topo e 10 cm na base da árvore?

- a) 3,8 m
- b) 5,4 m
- c) 6,6 m
- d) 6,8 m
- e) 7,13 m

10. (Ufc 2006) Seja  $f$  uma função polinomial de primeiro grau, crescente e tal que  $f(f(x)) = 9x + 8$ , para todo  $x$  real. Sabendo-se que 2, 5, 8, ..., 44 é uma progressão aritmética de razão 3, o valor numérico de  $f(2) + f(5) + f(8) + \dots + f(44)$  é:

- a) 1020
- b) 1065
- c) 1110
- d) 1185
- e) 1260

11. (Ufg 2005) Deseja-se pintar com tintas de cores preta e amarela, alternadamente, um disco no qual estão marcados círculos concêntricos, cujos raios estão em PA de razão 1 m. Pinta-se no primeiro dia o círculo central do disco, de raio 1 m, usando 0,5 L de tinta preta. Nos dias seguintes, pinta-se a região delimitada pela circunferência seguinte ao círculo pintado no dia anterior. Se a tinta usada, não importando a cor, tem sempre o mesmo rendimento, a quantidade total de tinta amarela gasta até o 21<sup>o</sup> dia, em litros, será de

- a) 100,0
- b) 105,0
- c) 115,5
- d) 199,5
- e) 220,5

12. (Uffj 2007) Os números  $\log_1^3 x$ ,  $\log_1^3 (10x)$  e 2 formam, nessa ordem, uma progressão aritmética, onde  $x$  é um número real positivo. Sobre os termos dessa progressão, é correto afirmar que:

- a) são 3 números reais positivos.
- b) o menor deles é um número real negativo.
- c) a soma deles é igual a 2.
- d) são 3 números inteiros.
- e) o produto entre eles é igual a 2.

13. (Unifesp 2006) Se os primeiros quatro termos de uma progressão aritmética são  $a$ ,  $b$ ,  $5a$ ,  $d$ , então o quociente  $d/b$  é igual a

- a)  $1/4$ .
- b)  $1/3$ .
- c) 2.
- d)  $7/3$ .
- e) 5.

14. (Unirio 2004) Passando em uma sala de aula, um aluno verificou que, no quadro-negro, o professor havia escrito os números naturais ímpares da seguinte maneira:

1				
3	5			
7	9	11		
13	15	17	19	
21	23	25	27	29

O aluno achou interessante e continuou a escrever, até a décima linha.

Somando os números dessa linha, ele encontrou

- a) 800
- b) 900
- c) 1000
- d) 1100
- e) 1200

15. (Fuvest 2004) Um número racional  $r$  tem representação decimal da forma  $r = a_1a_2\dots a_n\dot{a}$ , onde  $1 \leq a_1 \leq 9$ ,  $0 \leq a_2, \dots, 0 \leq a_n \leq 9$ .

Supondo-se que:

- a parte inteira de  $r$  é o quádruplo de  $a_1$ ,
- $a_1, a_2, \dots, a_n$  estão em progressão aritmética,
- $a_1$  é divisível por 3,

então  $a_1$  vale:

- a) 1
- b) 3
- c) 4
- d) 6
- e) 9

16. (Fuvest 2007) Em uma progressão aritmética  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ , a soma dos  $n$  primeiros termos é dada por  $S_n = bn^2 + n$ , sendo  $b$  um número real. Sabendo-se que  $a_7 = 7$ , determine

- a) o valor de  $b$  e a razão da progressão aritmética.
- b) o  $20^{\text{º}}$  termo da progressão.
- c) a soma dos 20 primeiros termos da progressão.

17. (Uerj 2008) Moedas idênticas de 10 centavos de real foram arrumadas sobre uma mesa, obedecendo à disposição apresentada no desenho: uma moeda no centro e as demais formando camadas tangentes.

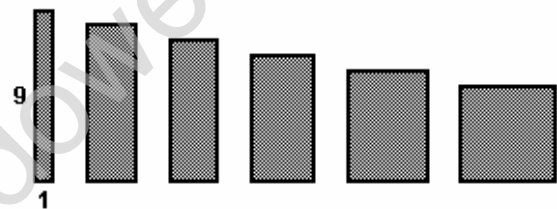
Considerando que a última camada é composta por 84 moedas, calcule a quantia, em reais, do total de moedas usadas nessa arrumação.

18. (Ufal 2006) Determine o valor do  $458^{\text{º}}$  termo da seqüência  $(\cos 30^\circ, \cos 60^\circ, \cos 90^\circ, \cos 120^\circ, \dots)$ .

19. (Ufba 2006) As medidas dos lados de um triângulo ABC formam uma progressão aritmética de razão igual a 1.

Determine a altura do triângulo ABC, relativa ao lado AB, sabendo que  $AC < AB < BC$  e  $\cos(A \hat{=} C) = 3/5$ .

20. (Ufg 2007) A figura a seguir representa uma seqüência de cinco retângulos e um quadrado, todos de mesmo perímetro, sendo que a base e a altura do primeiro retângulo da esquerda medem 1 cm e 9 cm, respectivamente. Da esquerda para a direita, as medidas das bases desses quadriláteros crescem, e as das alturas diminuem, formando progressões aritméticas de razões  $a$  e  $b$ , respectivamente. Calcule as razões dessas progressões aritméticas.

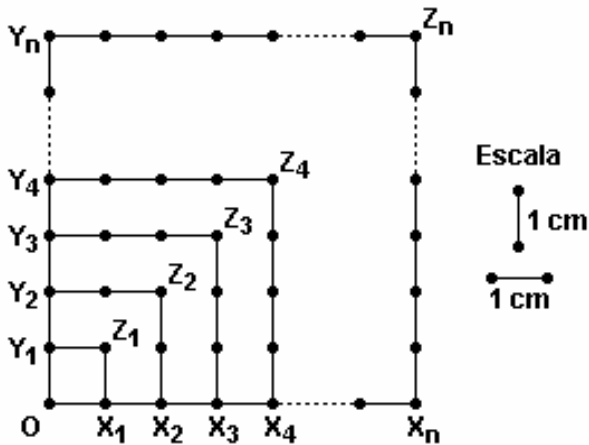


21. (Ufrj 2005) Numa sala de aula, cada um dos 100 alunos recebe um número que faz parte de uma seqüência que está em progressão aritmética. Sabendo-se que a soma de todos os números é 15.050 e que a diferença entre o  $46^{\text{º}}$  e o  $1^{\text{º}}$  é 135, determine o  $100^{\text{º}}$  número.

22. (Ufrj 2006) O motorista de um automóvel, dirigindo-se para a Universidade Rural, avistou um quebra-molas a 50 metros de distância. Imediatamente começou a frear. Após o início da freada, o veículo percorreu 30 metros no primeiro segundo e, a cada segundo seguinte, percorreu  $1/5$  da distância percorrida no segundo anterior, até parar.

A que distância do quebra-molas o veículo parou?

23. (Unesp 2006) Considere a figura, onde estão sobrepostos os quadrados  $OX_1Z_1Y_1, OX_2Z_2Y_2, OX_3Z_3Y_3, OX_4Z_4Y_4, \dots, OX_nZ_nY_n, \dots, OX_{n+1}Z_{n+1}Y_{n+1}, \dots$ ,  $n \geq 1$ , formados por pequenos segmentos medindo 1 cm cada um. Sejam  $A_n$  e  $P_n$  a área e o perímetro, respectivamente, do  $n$ -ésimo quadrado.



a) Mostre que a seqüência  $(P_1, P_2, \dots, P_n, \dots)$  é uma progressão aritmética, determinando seu termo geral, em função de  $n$ , e sua razão.

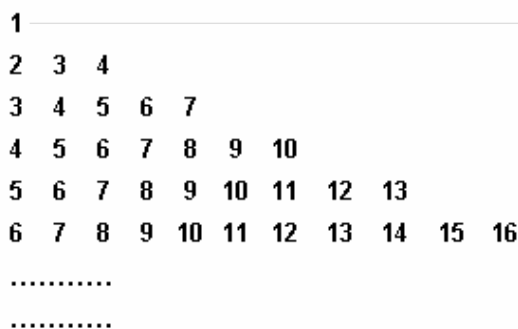
b) Considere a seqüência  $(B_1, B_2, \dots, B_n, \dots)$ , definida por  $B_n = A_n/P_n$ . Calcule  $B_1, B_2$  e  $B_n$ . Calcule, também, a soma dos 40 primeiros termos dessa seqüência, isto é,  $B_1 + B_2 + \dots + B_{40}$ .

24. (Unicamp 2005) A ANATEL determina que as emissoras de rádio FM utilizem as freqüências de 87,9 a 107,9 MHz, e que haja uma diferença de 0,2 MHz entre emissoras com freqüências vizinhas. A cada emissora, identificada por sua freqüência, é associado um canal, que é um número natural que começa em 200. Desta forma, à emissora cuja freqüência é de 87,9 MHz corresponde o canal 200; à seguinte, cuja freqüência é de 88,1 MHz, corresponde o canal 201, e assim por diante. Pergunta-se:

a) Quantas emissoras FM podem funcionar [na mesma região], respeitando-se o intervalo de freqüências permitido pela ANATEL? Qual o número do canal com maior freqüência?

b) Os canais 200 e 285 são reservados para uso exclusivo das rádios comunitárias. Qual a freqüência do canal 285, supondo que todas as freqüências possíveis são utilizadas?

25. (Ufrj 2004) Felipe começa a escrever números naturais em uma folha de papel muito grande, uma linha após a outra, como mostrado a seguir:



Considerando que Felipe mantenha o padrão adotado em todas as linhas:

a) determine quantos números naturais ele escreverá na 50ª linha;

b) determine a soma de todos os números escritos na 50ª linha;

c) prove que a soma de todos os elementos de uma linha é sempre o quadrado de um número ímpar.

## GABARITO

1. [C]                      6. [A]                      11. [B]

2. [D]                      7. [B]                      12. [D]

3. [E]                      8. [C]                      13. [D]

4. [C]                      9. [D]                      14. [C]

5. [B]                      10. [B]                      15. [E]

16. a)  $b = 6/5$  e  $r = 12/5$

b)  $a_n = 239/5$

c)  $S_n = 500$

17. R\$ 63,10

18.  $\cos 13.740^\circ = \cos 60^\circ = 1/2$

19. 12 u.c.

20.  $a = 0,8$  e  $b = -0,8$

21.  $a_1^{33} = 299$

22. O veículo parou a 12,5 metros do quebra-molas.

23. a)  $r = 4$  e  $P_n = 4n$ .

b)  $B_1 = 1/4, B_2 = 1/2$  e  $B_n = 3/4$

$B_1 + B_2 + \dots + B_{40} = 205$

24. a) 101 emissoras; canal de número 300.

b) 104,9 MHz

25. a) 99

b) 9.801

c) Seja  $q(n)$  a quantidade de números na  $n$ -ésima linha.

Observando que a quantidade de números na 1ª linha é 1, na 2ª é 3, na 3ª é 5, e assim sucessivamente, temos  $q(n) = 2n - 1$ .

$S = n + (n+1) + (n+2) + \dots + [n + q(n) - 1]$

$S = q(n) \cdot n + \{ 1 + 2 + \dots + [q(n) - 1] \}$

$S = q(n) \cdot n + \{ q(n) \cdot [q(n) - 1] / 2 \}$

Sabendo que  $q(n) = 2n - 1$ , vem

$S = (2n - 1)n$