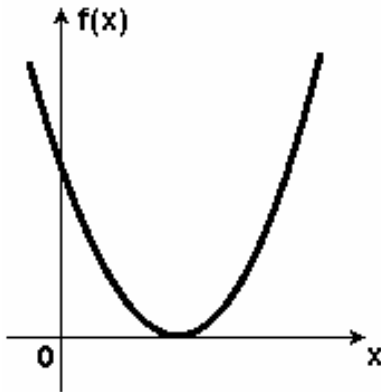


- PROGRESSÃO GEOMÉTRICA -

1. (UFV 2002) Se a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica (P. G.) é dada por $S_n = 1 - (1/2)^n$, onde $n \geq 1$, então o nono termo desta P.G. é:

- a) 2^{-9}
- b) 2^{-8}
- c) 2^{-7}
- d) 2^{-6}
- e) 2^{-5}

2. (Mackenzie 2003) Se a figura mostra o esboço do gráfico de $f(x) = ax^2 + 2bx + c$, então os números a , b e c sempre são:

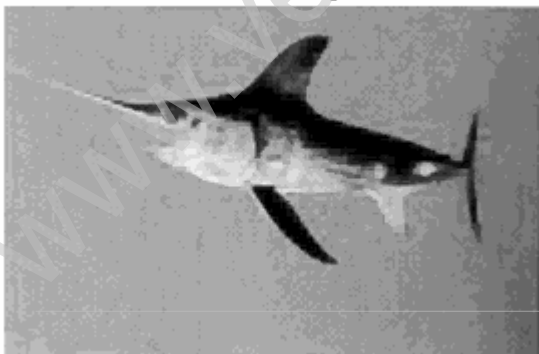


- a) nessa ordem, termos de uma progressão aritmética.
- b) nessa ordem, termos de uma progressão geométrica.
- c) números inteiros.
- d) tais que $a < b < c$.
- e) tais que $a > b > c$.

3. (Uff 2004) A população de marlim-azul foi reduzida a 20% da existente há cinquenta anos (em 1953).

Adaptado da Revista Veia. 09 de julho de 2003.

Jeffrey L. Rotman-Corbis



Newsweek, 26 de maio de 2003.

Considerando que foi constante a razão anual (razão entre a população de um ano e a do ano anterior) com que essa população decresceu durante esse período, conclui-se que a população de marlim-azul, ao final dos primeiros vinte e cinco anos (em 1978), ficou reduzida a aproximadamente:

- a) 10% da população existente em 1953
- b) 20% da população existente em 1953
- c) 30% da população existente em 1953
- d) 45% da população existente em 1953
- e) 65% da população existente em 1953

4. (Fuvest 2008) Sabe-se sobre a progressão geométrica a_1, a_2, a_3, \dots que $a_1 > 0$ e $a_1^2 = -9\sqrt{3}$. Além disso, a progressão geométrica a_1, a_2, a_3, \dots tem razão igual a 9. Nessas condições, o produto $a_1 a_2$ vale

- a) $-27\sqrt{3}$
- b) $-3\sqrt{3}$
- c) $-\sqrt{3}$
- d) $3\sqrt{3}$
- e) $27\sqrt{3}$

5. (Pucmg 2006) Os números reais a e b são tais que a seqüência $\{a, b, 2a+b\}$ é uma progressão aritmética e a seqüência $\{3a, 27, 3b\}$ é uma progressão geométrica. Então o valor de a é:

- a) 1,5
- b) 2,5
- c) 3,5
- d) 4,5

6. (Pucsp 2006) Considere que em julho de 1986 foi constatado que era despejada uma certa quantidade de litros de poluentes em um rio e que, a partir de então, essa quantidade dobrou a cada ano. Se hoje a quantidade de poluentes despejados nesse rio é de 1 milhão de litros, há quantos anos ela era de 250 mil litros?

- a) Nada se pode concluir, já que não é dada a quantidade despejada em 1986.
- b) Seis.
- c) Quatro.
- d) Dois.
- e) Um.

7. (Uece 2008) Para todo número real positivo x e todo número natural ímpar n , a fração

$$(1 + x^2 + x^4 + \dots + x^{2n}) / (1 + x + x^2 + \dots + x^n)$$

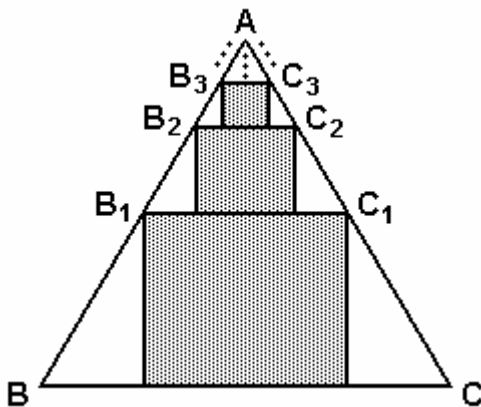
pode ser simplificada tomando a forma

- a) $(1 + x^2) / (1 + x)$
- b) $(1 + x^4) / (1 + x)$
- c) $(1 + x^{2n}) / (1 + x)$
- d) $1 + x + x^2 + \dots + x^n$

8. (Uel 2007) Para testar o efeito da ingestão de uma fruta rica em determinada vitamina, foram dados pedaços desta fruta a macacos. As doses da fruta são arranjadas em uma seqüência geométrica, sendo 2 g e 5 g as duas primeiras doses. Qual a alternativa correta para continuar essa seqüência?

- a) 7,5 g; 10,0 g; 12,5 g ...
- b) 125 g; 312 g; 619 g ...
- c) 8 g; 11 g; 14 g ...
- d) 6,5 g; 8,0 g; 9,5 g ...
- e) 12,500 g; 31,250 g; 78,125 g ...

9. (Ufes 2002) Na figura a seguir, o triângulo ABC é equilátero de lado igual a 1.



Considere o retângulo com dois vértices sobre a base BC e cujos outros dois vértices, B_1 e C_1 são os pontos médios dos lados AB e AC, respectivamente. No triângulo AB_1C_1 , considere o retângulo com dois vértices sobre a base B_1C_1 e cujos outros dois vértices, B e C, são os pontos médios dos lados AB_1 e AC_1 , respectivamente. Continuando este processo indefinidamente, obtém-se uma seqüência de retângulos. A soma das áreas totais de todos os retângulos assim obtidos é igual a

- a) $\frac{3}{24}$
- b) $\frac{3}{12}$
- c) $\frac{3}{8}$
- d) $\frac{3}{6}$
- e) $\frac{3}{3}$

10. (Ufjf 2003) Os comprimentos das circunferências de uma seqüência de círculos concêntricos formam uma progressão geométrica de razão 3. As áreas desses círculos formam uma:

- a) progressão geométrica de razão 9.
- b) progressão aritmética de razão $\frac{1}{3}$.
- c) progressão geométrica de razão $\frac{1}{3}$.
- d) progressão aritmética de razão 9.
- e) progressão geométrica de razão $\frac{1}{9}$.

11. (Ufjf 2006) Uma pessoa compra um carro, devendo pagá-lo, em prestações mensais, durante 5 anos. As prestações pagas em um mesmo ano são iguais, sendo de R\$ 400,00 o valor da primeira prestação, paga em janeiro. A cada ano, a prestação sofre um aumento de 10%, em relação à do ano anterior. Sendo assim, o valor da prestação mensal, no último ano será, aproximadamente, de:

- a) R\$ 440,00.
- b) R\$ 480,00.
- c) R\$ 500,00.
- d) R\$ 580,00.
- e) R\$ 670,00.

12. (Ufmg 2004) A população de uma colônia da bactéria E. coli dobra a cada 20 minutos.

Em um experimento, colocou-se, inicialmente, em um tubo de ensaio, uma amostra com 1.000 bactérias por mililitro. No final do experimento, obteve-se um total de $4,096 \times 10^8$ bactérias por mililitro.

Assim sendo, o tempo do experimento foi de

- a) 3 horas e 40 minutos.
- b) 3 horas.
- c) 3 horas e 20 minutos.
- d) 4 horas.

13. (Ufpb 2007) Cecília jogou na loteria esportiva durante cinco semanas consecutivas, de tal forma que, a partir da segunda semana, o valor apostado era o dobro do valor da semana anterior. Se o total apostado, nas cinco semanas, foi R\$ 2.325,00, o valor pago por Cecília, no jogo da primeira semana, foi:

- a) R\$ 75,00
- b) R\$ 85,00
- c) R\$ 100,00
- d) R\$ 95,00
- e) R\$ 77,00

14. (Ufrs 2007) Sendo i a unidade imaginária, a soma dos termos da seqüência $i, i^2, i^3, i^4, \dots, i^{2007}$ é

- a) -1.
- b) 0.
- c) 1.
- d) -i.
- e) i.

15. (Ufscar 2003) Numa progressão geométrica, o primeiro termo é $5\sqrt{5}$ e a razão é 5. Se a soma dos quatro primeiros termos é 3900, pode-se afirmar que $5\sqrt{5} \cdot \frac{1}{5}$, é igual a

- a) 1/25
 b) 1/5
 c) 1
 d) 5
 e) 25.

16. (Ufrj 2004) Em uma PA não constante de 7 termos, com termo médio igual a 6, os termos $2j$., $4j$., e $7j$., nesta ordem, formam uma PG. Determine esta PA.

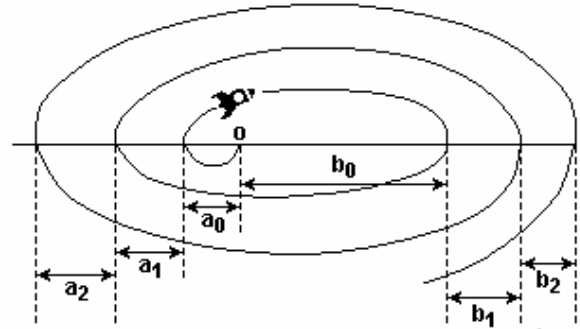
17. (Fgv 2007) Uma TV de plasma, cujo valor à vista é R\$ 4.000,00, pode ser comprada a prazo, num plano de pagamento de duas parcelas e a primeira, no valor de R\$ 2.124,00, vence somente 90 dias após a compra. Se o financiamento foi realizado à taxa de juro composto de 10% ao mês, determine o valor da segunda parcela, com vencimento em 120 dias.

18. (Puc-rio 2007) Escreva a seqüência 2, 5, 20, 71, 230, ... como diferença de uma progressão aritmética e uma progressão geométrica, ambas de razão 3.

19. (Puc-rio 2008) João tem três filhas. A filha mais velha tem oito anos a mais que a do meio que por sua vez tem sete anos mais que a caçula. João observou que as idades delas formam uma progressão geométrica. Quais são as idades delas?

20. (Uerj 2005) Numa reserva florestal foram computados 3.645 coelhos. Uma determinada infecção alastra-se de modo que, ao final do primeiro dia, há cinco coelhos infectados e, a cada cinco dias, o número total de coelhos infectados triplica.
 a) Determine a quantidade de coelhos infectados ao final do $21j$. dia.
 b) Calcule o número mínimo de dias necessário para que toda a população de coelhos esteja infectada.

6. (Ufla 2007) Um foguete, partindo da origem O, realiza um movimento espiralado como na figura. As distâncias a^3 , a_1 , ..., a_5 estão em progressão aritmética de razão $r = 2$ e as distâncias b^3 , b_1 , ..., b_5 estão em progressão geométrica de razão $q = 0,01$. Determine o número aproximado de termos da progressão geométrica para que o deslocamento à direita seja aproximadamente igual ao deslocamento à esquerda.
 Tem-se $a^3 = 1$, $b^3 = 99$ e, como q é pequeno, assumo $q^{3/4} = 0$, se $n \mu 2$.



22. (Ufpe 2005) Em 2002, um banco teve lucro de um bilhão de reais e, em 2003, teve lucro de um bilhão e duzentos milhões de reais. Admitindo o mesmo crescimento anual para os anos futuros, em quantos anos, contados a partir de 2002, o lucro do banco ultrapassará, pela primeira vez, um trilhão de reais? (Obs.: use as aproximações $\ln(1000) \approx 6,907$, $\ln(1,2) \approx 0,182$.)

23. (Ufscar 2006) Seja a soma

$$S = \left(x + y + \frac{1}{z} \right) + \left(x^2 + 3y + \frac{1}{z^2} \right) + \left(x^3 + 5y + \frac{1}{z^3} \right) + \left(x^4 + 7y + \frac{1}{z^4} \right) + \dots$$

Considerando cada parcela da soma como sendo a expressão entre parênteses:

- a) Determine o número complexo $a + bi$ que resulta da soma das 10 primeiras parcelas de S, quando $x = 2$, $y = 1$ e z é a unidade imaginária i .
 b) Escreva, na forma trigonométrica, o número complexo que resulta da soma das duas primeiras parcelas de S, quando $x = y = 0$ e $z = -i$, e represente-o no plano Argand-Gauss.

24. (Unicamp 2007) Por norma, uma folha de papel A4 deve ter 210 mm \times 297 mm. Considere que uma folha A4 com 0,1 mm de espessura é seguidamente dobrada ao meio, de forma que a dobra é sempre perpendicular à maior dimensão resultante até a dobra anterior.

- a) Escreva a expressão do termo geral da progressão geométrica que representa a espessura do papel dobrado em função do número n de dobras feitas.
 b) Considere que, idealmente, o papel dobrado tem o formato de um paralelepípedo. Nesse caso, após dobrar o papel seis vezes, quais serão as dimensões do paralelepípedo?

25. (Unicamp 2004) Suponha que, em uma prova, um aluno gaste para resolver cada questão, a partir da segunda, o dobro de tempo gasto para resolver a questão anterior. Suponha ainda que, para resolver todas as questões, exceto a última, ele tenha gasto 63,5 minutos e para resolver todas as questões, exceto as duas últimas, ele tenha gasto 31,5 minutos. Calcule:

- a) O número total de questões da referida prova.
b) O tempo necessário para que aquele aluno resolva todas as questões da prova.

19. 49, 56 e 64 anos

20. a) 405 coelhos

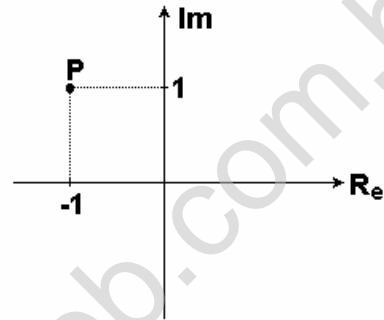
b) 31 dias

21. 10

22. 38 anos

23. a) $2145 - i$

b) (E2) $[\cos(3^{\text{TM}}/4) + i \sin(3^{\text{TM}}/4)]$. Observe a figura a seguir.



GABARITO

1. [C] 6. [D] 11. [D]

2. [B] 7. [C] 12. [D]

3. [D] 8. [E] 13. [A]

4. [A] 9. [D] 14. [B]

5. [A] 10. [A] 15. [B]

16. 1. (3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

17. R\$ 3.520,00

18. Sejam $a\check{s}$ e $b\check{s}$, respectivamente, os termos gerais de uma PA e de uma PG, ambas de razão 3.

Logo, $a\check{s} = a_1 + (n - 1) \cdot 3 = a_1 + 3n - 3$ e

$b\check{s} = b_1 \cdot 3^{n-1}$

Seja $c\check{s}$ o termo geral da seqüência dada, tal que $c\check{s} = b\check{s} - a\check{s}$.

Para:

$n = 1$, temos $c_1 = b_1 - a_1 = 2$

$n = 2$, temos $c_2 = 3b_1 - a_1 - 3 = 5 \Rightarrow 3b_1 - a_1 = 8$

Resolvendo o sistema, encontramos $b_1 = 3$ e $a_1 = 1$.

Portanto, $c\check{s} = b\check{s} - a\check{s}$, com $b\check{s} = 3^n$ e $a\check{s} = 3n - 2$.

24. a) $0,1 \cdot 2^{3/4}$

b) 26,25 mm; 37,125 mm e 6,4 mm.

25. a) 8 questões

b) 127, 5 minutos