- SIMULADO IV -

1. (Ufmg 2006) Uma pesquisa foi feita com um grupo de pessoas que freqüentam, pelo menos, uma das três livrarias, A, B e C. Foram obtidos os seguintes dados:
- das 90 pessoas que freqüentam a Livraria A, 28 não freqüentam as demais;
- das 84 pessoas que freqüentam a Livraria B, 26 não freqüentam as demais;
- das 86 pessoas que freqüentam a Livraria C, 24 não freqüentam as demais;
- oito pessoas freqüentam as três livrarias.

a) Determine o número de pessoas que freqüentam apenas uma das livrarias.
b) Determine o número de pessoas que freqüentam, pelo menos, duas livrarias.
c) Determine o número total de pessoas ouvidas nessa pesquisa.

2. (Ufrj 2007) Um sítio da internet gera uma senha de 6 caracteres para cada usuário, alternando letras e algarismos. A senha é gerada de acordo com as seguintes regras:

- não há repetição de caracteres;
- começa-se sempre por uma letra;
- o algarismo que segue uma vogal corresponde a um número primo;
- o algarismo que segue uma consoante corresponde a um número par.

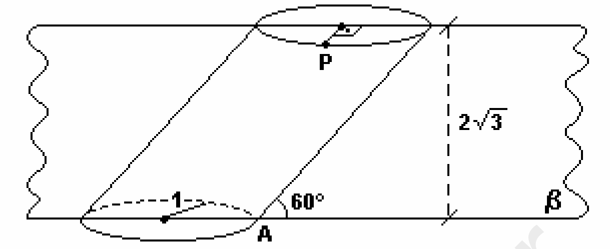
Quantas senhas podem ser geradas de forma que as três letras sejam A, M e R, em qualquer ordem?

3. (Uerj 2001)

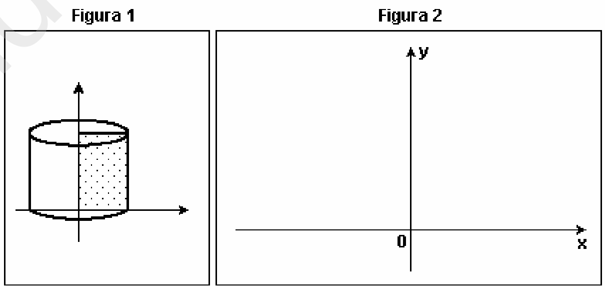
$$\left(x + \frac{1}{x^5}\right)^n$$

Na potência acima, n é um número natural menor do que 100.
Determine o maior valor de n, de modo que o desenvolvimento dessa potência tenha um termo independente de x.

4. (Fuvest 2003) Um cilindro oblíquo tem raio das bases igual a 1, altura $2\sqrt{3}$ e está inclinado de um ângulo de 60° (ver figura). O plano β é perpendicular às bases do cilindro, passando por seus centros. Se P e A são os pontos representados na figura, calcule PA.



5. (Ufpr 2007) Um sólido de revolução é um objeto obtido a partir da rotação de uma figura plana em torno de um dos eixos coordenados. Por exemplo, rotacionando-se um retângulo em torno do eixo y, pode-se obter um cilindro, como na figura 1.
Considere agora a região R do primeiro quadrante do plano xy delimitada pelas retas r_1: y = x, r_2: x = 0, r_3: x = 1 pela circunferência $\gamma : x^2 + (y - 4)^2 = 1$.
a) Utilize os eixos cartesianos da figura 2 para fazer um esboço da região R e do sólido de revolução obtido pela rotação dessa região em torno do eixo y.
b) Encontre o volume do sólido de revolução obtido no item anterior.



6. (Ufrj 2006) Multiplicando as coordenadas dos vértices A(0, 0), B(2, 0) e C(4, 3) de um triângulo ABC por uma constante K > 1, obtemos um outro triângulo de vértices A_1, B_1 e C_1.
Encontre a área do triângulo $A_1 B_1 C_1$ em função da constante K.

7. (Uff 2006) Considere P e Q os pontos de interseção da reta de equação 2y - x = 2 com os eixos coordenados x e y, respectivamente.
a) Determine as coordenadas dos pontos P e Q.
b) Determine a equação da circunferência que tem o segmento PQ como diâmetro.

8. (Puc-rio 2005) Determine uma das soluções da equação

$$10^{x^2-4} = \frac{1}{1000}$$

9. (Uff 2006) A comissão recebida mensalmente por um vendedor é igual a 10% de seu salário-base. Em determinado mês, foram acrescidos R$ 120,00 à comissão do vendedor. Dessa forma, o valor total da comissão passou a ser igual a 25% de seu salário-base.
Determine, a partir das informações, o salário-base desse vendedor.

10. (Ufg 2007) A seguir é descrito uma brincadeira popular para se descobrir a idade de alguém.
É pedido a uma pessoa, com idade inferior a 100 anos, que multiplique por dois o número do mês de seu aniversário, adicione 5 ao resultado e, em seguida, multiplique por 50 o valor obtido. Depois, ela deve adicionar a própria idade ao número obtido e informar o resultado. Subtraindo-se 250 desse resultado, obtém-se um número X, com o qual descobre-se facilmente o mês de nascimento e a idade da pessoa.
Nessas condições, se o número do mês de nascimento é N, e a idade é I,
a) obtenha uma expressão matemática de X em função de N e de I;
b) descubra o valor de N e de I, se o número obtido pela pessoa for X = 819.

11. (Ufrrj 2006) Distribuímos tabletes de chocolate para três crianças. Para a primeira, demos a metade do que levamos e mais meio tablete. Para a segunda, a metade do restante de tabletes e mais meio. A terceira criança recebeu a metade do restante mais meio tablete.
Sabendo-se que distribuímos todos os tabletes de chocolates para as três crianças, quantos tabletes foram distribuídos?

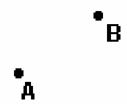
12. (G1 - cftce 2006) Um retângulo tem 12 m^2 de área. Aumentando-se o comprimento da base do mesmo de 1m e diminuindo a altura de 2 m, obtém-se um retângulo de área igual a 12 m^2. Calcule as dimensões do retângulo.

13. (G1 - cftce 2005) Calcule o valor da expressão

[400 . (0,00036)] / [(0,000016) . 20]

14. (Unifesp 2007) As medidas dos ângulos internos de um polígono convexo de n lados formam uma progressão aritmética em que o primeiro termo é a_1 e a razão é r > 0.
a) Se $a_1 \geq 25°$ e se $r \geq 10°$, obtenha o valor máximo possível para n nas condições enunciadas.
b) Se o maior ângulo mede 160° e a razão é igual a 5°, obtenha o único valor possível para n.

15. (Fuvest 2000) São dados os pontos A e B. Usando régua e compasso, construa a circunferência circunscrita a um polígono regular de 12 lados, que tem o segmento $\overline{AB}$ como um de seus lados. Descreva e justifique as construções utilizadas.



GABARITO

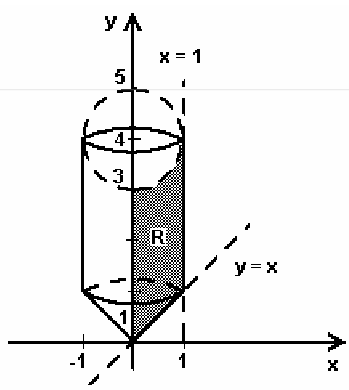
1. a) 78 pessoas
b) 87 pessoas
c) 165 pessoas

2. 432

3. 96

4. PA = √ 14

5. a)



b) $8\pi/3$ u.v.

6. $3k^2$ u.a.

7. a) P (- 2, 0) e Q (0, 1)
b) $(x + 1)^2 + [y - (1/2)]^2 = 5/4$

8. x = 1 ou x = -1

9. R$ 800,00

10. a) X = 100N + I
b) N = 8 e I = 19

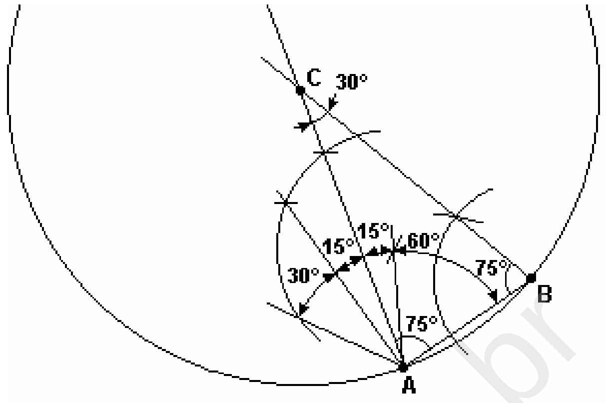
11. 7 tabletes

12. 2 m e 6 m

13. 450

14. a) n = 8
b) n = 9

15. Observe a construção:



Descrição e justificação
O polígono regular de doze lados tem ângulo central medindo 360°/12, ou seja, 30°.
Sendo C o centro da circunferência circunscrita ao polígono, temos que o triângulo ABC é isósceles, com Ĉ=30° e Â=B̂=75°.
O ponto C pode ser obtido no encontro das semi-retas AC e BC, construindo-se CÂB=75° e CB̂A=75°.
Logo, a circunferência pedida é traçada com centro no ponto C e raio de medida AC=BC.
O problema admite duas respostas simétricas em relação ao lado $\overline{AB}$.
Vale observar que 75°=60°+15°.
Então, obtém-se 60° (triângulo eqüilátero), 30° (bissetriz de 60°) e 15° (bissetriz de 30°).